



TUGAS AKHIR - SM0141501

**PENERAPAN METODE ABSTRAKSI UNTUK
DESAIN KENDALI KETINGGIAN TERBANG PADA
PESAWAT LSU-05**

MUHAMMAD AFIF NASRUL ANAM
NRP 06111440000046

Dosen Pembimbing:
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018



FINAL PROJECT - SM141501

**APPLICATION OF ABSTRACTION METHOD FOR
ALTITUDE CONTROL DESIGN OF LSU-05
AIRCRAFT**

MUHAMMAD AFIF NASRUL ANAM
NRP 06111440000046

Supervisors:

Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty of Mathematics, Computation, and Data Science

Sepuluh Nopember Institute of Technology

Surabaya 2018

LEMBAR PENGESAHAN

PENERAPAN METODE ABSTRAKSI UNTUK
DESAIN KENDALI KETINGGIAN TERBANG
PADA PESAWAT LSU-05

*APPLICATION OF ABSTRACTION
METHOD FOR ALTITUDE CONTROL
DESIGN OF LSU-05 AIRCRAFT*

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
Pada Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

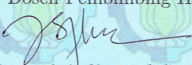
Oleh:


MUHAMMAD AFIF NASRUL ANAM
NRP. 06111440000046

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

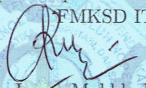
Dosen Pembimbing I,


Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001


Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
NIP. 19830517 200812 1 003

Mengetahui,

Kapala Departemen Matematika
FMKSD ITS


Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2018

PENERAPAN METODE ABSTRAKSI UNTUK DESAIN KENDALI KETINGGIAN TERBANG PADA PESAWAT LSU-05

Nama Mahasiswa : MUHAMMAD AFIF NASRUL ANAM
NRP : 06111440000046
Departemen : Matematika FMKSD-ITS
Pembimbing : 1. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstrak

LAPAN Surveillance-05 (LSU-05) merupakan pesawat tanpa awak jenis fixed wing yang dikembangkan oleh LAPAN. Pesawat ini dapat difungsikan untuk pemantauan dan pemetaan wilayah yang jangkauannya sangat luas. Dalam menjalankan misi operasi, dibutuhkan kendali autopilot yang handal untuk mengendalikan ketinggian terbang pesawat, sehingga akan mempermudah dan dapat mendukung misi agar berjalan dengan baik serta untuk keselamatan pesawat. Dalam desain kendali yaitu dengan menerapkan metode abstraksi yang menggunakan software Pessoa. Desain kendali dengan abstraksi bertujuan untuk mendesain kendali agar perilaku sistem closed loop memenuhi keinginan atau spesifikasi yang berupa logika temporal sederhana. Dalam desain kendali digunakan parameter kuantisasi himpunan state sebesar 0,004, parameter kuantisasi input space sebesar 0,015, parameter kuantisasi waktu sebesar 0,1, parameter ketelitian sebesar 0,002, dan spesifikasi reach and stay. Hasil yang diperoleh dari simulasi penerapan kendali metode abstraksi yaitu respon ketinggian terbang pesawat LSU-05 memenuhi spesifikasi.

Kata-kunci: *LSU-05, Kendali Ketinggian, Abstraksi, Kontrol Synthesis, Pessoa*

APPLICATION OF ABSTRACTION METHOD FOR ALTITUDE CONTROL DESIGN OF LSU-05 AIRCRAFT

Name : MUHAMMAD AFIF NASRUL ANAM
NRP : 06111440000046
Department : Mathematics FMKSD-ITS
Supervisors : 1. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
2. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si

Abstract

LAPAN Surveillance-05 (LSU-05) is a fixed wing type aircraft developed by LAPAN. This aircraft can be used for monitoring and mapping a very wide range of areas. In carrying out operational missions, it requires reliable control of autopilot to control flying altitudes, thus facilitating and able to support the mission to run well and for aircraft safety. In the design of the control, we apply the abstraction method using software Pessoa. The design of the control with abstraction aims to design the control such that the closed loop system behavior satisfies the specifications in the form of simple temporal logic. In the control design, the quantization parameter state set is 0,004, the quantization parameter input space is 0,015, the quantization time parameter is 0,1, the accuracy parameter is 0,002, and the specification reach and stay. The result obtained from the simulation of the application of abstraction control method is that the response of flight altitude of LSU-05 aircraft satisfies the specification.

Keywords: *LSU-05, Altitude Control, Abstraction, Control Synthesis, Pessoa*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

"PENERAPAN METODE ABSTRAKSI UNTUK DESAIN KENDALI KETIGGIAN TERBANG PADA PESAWAT LSU-05"

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si dan Ibu Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis sehingga dapat terselesaikan dengan baik.
3. Ibu Dra. Nur Asiyah, M.Si., Bapak Dr. Hariyanto, M.Si., dan Bapak Dr. Mahmud Yunus, M.Si. selaku dosen penguji atas semua saran dan masukan yang telah diberikan.

4. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku koordinator Tugas Akhir.
5. Bapak Drs. Chairul Imron, Mi. Komp selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.
6. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
7. Kedua orang tua tercinta atas kesabaran dalam mendidik dan membesarkan penulis.
8. Keluarga tercinta yang selalu mendoakan penulis dan keluarga AKSIOM14 yang selalu memberikan semangat dan dukungan agar bisa menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Penulis sangat menghargai semua kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga penulisan ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I Pendahuluan	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	4
1.5 Manfaat	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu	7
2.2 Pesawat LAPAN <i>Surveillance</i> -05 (LSU-05) ...	8
2.3 Sistem Kendali Permukaan	9
2.4 Sistem sumbu pesawat	10
2.4.1 Sumbu Badan	10

2.4.2	Sumbu Bumi.....	11
2.4.3	Sumbu Angin	12
2.4.4	Persamaan Gerak Pesawat	13
2.4.5	Persamaan Dinamika Pesawat	13
2.4.6	Transformasi Sumbu	19
2.4.7	Kinematika sudut terbang	19
2.4.8	Kinematika untuk Translasi.....	20
2.5	Gerak Longitudinal Pesawat.....	21
2.6	Keterkontrolan	23
2.7	Sistem Kendali Metode Abstraksi	23
2.7.1	Sistem	23
2.7.2	Proses Desain Kendali Dengan Abstraksi.....	25
2.7.3	Sistem Abstrak.....	26
2.8	Pessoa.....	28
BAB III	METODE PENELITIAN	31
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	35
4.1	Linierisasi Persamaan Gerak Pesawat	35
4.2	Model Matematika Ketinggian Terbang LSU-05	48
4.2.1	Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal	48
4.2.2	Aproksimasi <i>Short Period</i>	51
4.2.3	Persamaan Keadaan Ketinggian Terbang LSU-05.....	53
4.3	Uji Keterkontrolan	54
4.4	Sistem Transisi Persamaan Keadaan Ketinggian Terbang LSU-05	55
4.5	Desain Kendali Abstraksi	57
4.5.1	Perancangan Sistem Abstrak.....	58
4.5.2	Perancangan Spesifikasi	63
4.6	Simulasi dengan Pessoa	66

4.6.1	Simulasi Skenario 1	66
4.6.2	Simulasi Skenario 2	78
BAB V	PENUTUP	91
5.1	Kesimpulan	91
5.2	Saran	92
DAFTAR PUSTAKA		95
LAMPIRAN A	Source Code Simulasi Kendali Menggunakan Pessoa	99
LAMPIRAN B	Desain Simulink	105
BIODATA PENULIS		107

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Pesawat Tanpa Awak LSU-05[9]	8
Gambar 2.2 Sistem Kendali Permukaan Pesawat LSU-05[9]	10
Gambar 2.3 Model Gerak LSU Terhadap Sumbu Bumi[11]	11
Gambar 2.4 Sistem Sumbu Bumi[9]	12
Gambar 2.5 Sistem Sumbu Angin[6]	12
 Gambar 3.1 Diagram Alir Metode Penelitian	 33
 Gambar 4.1 Contoh Sistem Transisi	 57
Gambar 4.2 Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 1	67
Gambar 4.3 Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 1 . .	68
Gambar 4.4 Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 1	69
Gambar 4.5 Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 1	69
Gambar 4.6 Respon Laju Sudut Pitch Pesawat Simulasi 1	70
Gambar 4.7 Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 1	71
Gambar 4.8 Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 2	73
Gambar 4.9 Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 2 . .	74
Gambar 4.10 Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 2	75
Gambar 4.11 Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 2	75
Gambar 4.12 Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 2 . . .	76

Gambar 4.13	Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 2.....	77
Gambar 4.14	Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 3	79
Gambar 4.15	Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 3..	80
Gambar 4.16	Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 3.....	81
Gambar 4.17	Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 3	81
Gambar 4.18	Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 3...	82
Gambar 4.19	Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 3.....	83
Gambar 4.20	Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 4	85
Gambar 4.21	Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 4..	86
Gambar 4.22	Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 4.....	87
Gambar 4.23	Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 4	87
Gambar 4.24	Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 4...	88
Gambar 4.25	Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 4.....	89

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Data Pesawat LSU-05[5]	9
Tabel 2.2 Komponen Gerak Pesawat Pada Sumbu Badan[6]	11
Tabel 4.1 Nilai Parameter LSU-05[5]	49
Tabel 4.2 Karakteristik Mode <i>Short Period</i>	51
Tabel 4.3 Karakteristik Sistem Aproksimasi <i>Short Period</i>	53

Daftar Simbol

m	Massa total pesawat
b	Panjang bentangan sayap pesawat
s	Luas permukaan sayap pesawat
ρ	Massa jenis udara
c	<i>Aerodynamic chord</i> pesawat
P	Kecepatan sudut pada sumbu X_B
Q	Kecepatan sudut pada sumbu Y_B
R	Kecepatan sudut pada sumbu Z_B
X	Gaya pada sumbu X_B
Y	Gaya pada sumbu Y_B
Z	Gaya pada sumbu Z_B
L	Momen <i>rolling</i>
M	Momen <i>pitching</i>
N	Momen <i>yawing</i>
U	Kecepatan searah sumbu X_B
V	Kecepatan searah sumbu Y_B
W	Kecepatan searah sumbu Z_B
Φ	Sudut <i>roll</i>
Θ	Sudut <i>pitch</i>
Ψ	Sudut <i>yaw</i>
X_e	Posisi pesawat pada sumbu X_E
Y_e	Posisi pesawat pada sumbu Y_E
Z_e	Posisi pesawat pada sumbu Z_E
H	Ketinggian pesawat
λ	Nilai eigen
ω_n	Natural frekuensi
ζ	Damping rasio
T	Periode
$t_{1/2}$	Waktu setengah amplitudo
$N_{1/2}$	Jumlah siklus setengah amplitudo

M_c	Matriks keterkontrolan
S	Sistem
\mathbb{X}	Himpunan <i>state</i> sistem transisi
$\bar{\mathbb{X}}$	Himpunan <i>state</i> sistem abstrak
\mathbb{X}_0	Himpunan kondisi awal <i>state</i> sistem transisi
\mathbb{U}	Himpunan <i>input</i> sistem transisi
\mathbb{Y}	Himpunan <i>output</i> sistem transisi
\longrightarrow	Relasi transisi sistem transisi
\mathbb{H}	Pemetaan <i>output</i> sistem transisi
Σ	Sistem kontrol linier
\cup	<i>Input space</i> sistem transisi
$\bar{\cup}$	<i>Input space</i> sistem abstrak
\mathcal{U}	Himpunan kurva <i>input</i> sistem transisi
ξ	Solusi sistem kontrol linier
D	Himpunan <i>state</i>
\mathbb{Q}	<i>Input space</i>
$S_\tau(\Sigma)$	Sistem transisi
\preceq_{AS}^ε	ε - <i>approximate alternating simulation relation</i>
\cong_{AS}^ε	ε - <i>approximate alternating bisimulation relation</i>
τ	Parameter kuantisasi waktu
η	Parameter kuantisasi himpunan <i>state</i>
μ	Parameter kuantisasi <i>input space</i>
ε	Ketelitian
\mathbb{W}	Himpunan kendala
\mathcal{Z}	Himpunan target
A_{Long}	Matriks keadaan sistem longitudinal
B_{Long}	Matriks <i>input</i> sistem longitudinal
A	Matriks keadaan sistem ketinggian
B	Matriks <i>input</i> sistem ketinggian

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pada beberapa tahun terakhir, dunia penerbangan telah mengalami perkembangan yang pesat. Banyak penemuan-penemuan serta perkembangan yang terjadi di dalamnya. Salah satunya adalah dibuatnya pesawat terbang tanpa awak yang dapat dikendalikan dengan kendali jarak jauh dan saat ini telah sampai pada tahap kemampuan terbang mandiri (*autonomous*). Pesawat tanpa awak dapat dilengkapi dengan kamera, sensor, radar, dan peralatan-peralatan lainnya dengan bobot yang bergantung pada bobot pesawat[1]. Pesawat tanpa awak banyak diterapkan pada berbagai bidang seperti bidang militer untuk melakukan suatu misi penyerangan atau pertahanan suatu negara. Selain di bidang militer penggunaan pesawat tanpa awak juga marak digunakan dalam fotografi udara, dokumenter, pemetaan suatu wilayah, pemantauan suatu daerah bencana, dan lain sebagainya. Pesawat tanpa awak dibedakan menjadi dua jenis yaitu *multirotor* dan *fixed wing*. *Multirotor* merupakan pesawat tanpa awak dengan gaya angkat oleh baling-baling dan dapat terbang diam, sedangkan *fixed wing* gaya angkatnya oleh aerodinamika sehingga harus terbang bergerak, jangkauan jelajahnya bisa sangat jauh, dan pesawat jenis ini mempunyai kecepatan lebih tinggi dibanding dengan jenis *multirotor*[2].

Di Indonesia berbagai jenis pesawat tanpa awak jenis *fixed wing* telah dikembangkan, salah satunya adalah LAPAN *Surveillance-05* (LSU-05). LSU-05 merupakan LSU generasi

ke lima dan LSU dengan ukuran terbesar diantara varian LSU lainnya yang dikembangkan oleh Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN). LSU-05 diluncurkan pada tahun 2014 dengan kemampuan dapat melakukan misi dengan radius lebih dari 200 km[3]. Pengendalian pesawat ini dengan sistem kendali jarak jauh dengan sinyal radio dari *ground station*, dapat dikendalikan secara *autonomous* dengan menggunakan sistem *autonomous*[4].

Visi dan misi LSU-05 adalah untuk pengujian peralatan ilmiah dan melakukan observasi daerah dibawah jalur terbangnya pada kondisi terbang jelajah (*cruise*) atau pada keadaan *loiter*[5]. Sehingga salah satu fungsi dari pesawat ini adalah untuk melakukan pemantauan dan pemetaan wilayah yang jangkauannya sangat luas. Untuk mempermudah dan mendukung misi operasi tersebut serta untuk keselamatan LSU-05, dibutuhkan suatu sistem kendali *autopilot* yang handal untuk LSU-05. Sistem kendali *autopilot* merupakan sistem kendali yang sering digunakan pada kendali pesawat tanpa campur tangan manusia. Dalam menjalankan misi seperti pemetaan dan pemantuan, diperlukan kondisi terbang stabil, salah satunya stabil dalam ketinggian terbang. Sehingga dibutuhkan kendali yang handal untuk mengendalikan ketinggian terbang pesawat. Untuk *cruise speed* pesawat atau kecepatan pesawat pada saat keadaan *cruise* adalah konstan, ketinggian terbang dapat dikendalikan dengan *input elevator*[6]. *Elevator* adalah salah satu bagian pesawat terbang yang biasanya terdapat di ekor pesawat. *Elevator* biasanya berbentuk sirip horizontal yang memiliki fungsi kontrol mengarahkan badan pesawat naik atau turun.

Metode kontrol abstraksi adalah salah satu metode untuk sistem kendali autopilot. Sistem kendali dengan abstraksi merupakan suatu metode untuk mendesain kontrol agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi yang

diinginkan. Metode ini mampu mendesain kendali dengan keinginan atau spesifikasi yang rumit. Pessoa merupakan *software* untuk mendesain kontrol suatu sistem yang menggunakan metode abstraksi dan mendukung spesifikasi logika temporal sederhana[7]. Proses yang dilakukan dalam mendesain kontrol dengan abstraksi terdiri dari beberapa tahapan yaitu mendesain sistem transisi yang kemudian menentukan sistem abstrak sedemikian hingga sistem abstrak mensimulasikan sistem transisi (abstraksi), mencari pengendali pada sistem abstrak sehingga dengan pengendali tersebut perilaku sistem abstrak memenuhi spesifikasi (kontrol *synthesis*), dan melakukan kontrol *refinement* untuk mendapatkan suatu pengendali sehingga dengan pengendali tersebut perilaku sistem *closed loop* akan memenuhi spesifikasi[7].

Pada Tugas Akhir ini akan diterapkan metode abstraksi menggunakan *software* Pessoa untuk desain kendali ketinggian terbang LSU-05. Hasil yang diharapkan dari penerapan kendali metode ini adalah respon ketinggian terbang LSU-05 sesuai dengan spesifikasi yang diinginkan.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibahas dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Bagaimana rancangan spesifikasi dan parameter abstraksi untuk desain kendali ketinggian terbang pesawat LSU-05.
2. Bagaimana respon ketinggian terbang pesawat LSU-05 setelah dilakukan kendali.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Variabel yang dikendalikan adalah ketinggian terbang pesawat.
2. Penerapan metode abstraksi menggunakan *software* Pessoa.
3. Variabel *input* sistem yang digunakan adalah defleksi *elevator*.
4. Spesifikasi yang digunakan adalah *reach and stay*.

1.4 Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dalam Tugas Akhir, yaitu:

1. Merancang spesifikasi dan mendapatkan parameter abstraksi untuk desain kendali ketinggian terbang pesawat LSU-05.
2. Mendapat respon ketinggian terbang pesawat LSU-05 setelah dilakukan kendali.

1.5 Manfaat

Manfaat dari Tugas Akhir ini adalah hasil simulasi dapat dipakai sebagai referensi dalam implementasi ke perangkat keras (*Hardware*) sistem kontrol pada LSU-05.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN
Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.
2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA
Bab ini membahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup

penelitian terdahulu, Pesawat LSU-05, sistem sumbu pesawat, sistem kendali metode abstraksi, software Pessoa, persamaan gerak pesawat, sistem kendali permukaan pesawat, dan keterkontrolan.

3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan secara detail mengenai linearisasi terhadap persamaan gerak pesawat, pembentukan persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat dan bentuk sistem transisinya, uji keterkontrolan, desain kendali metode abstraksi dan simulasi dengan *software* Pessoa serta penjelasan mengenai hasil simulasi.

5. BAB V PENUTUP

Dalam bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terdahulu

Pada penelitian terdahulu, telah dilakukan penelitian tentang pemodelan dan analisis kestabilan gerak pesawat LSU-05 oleh Eko Budi Purwanto pada tahun 2015. Pada penelitian tersebut diperoleh persamaan gerak longitudinal dan lateral direksional pesawat LSU-05. Selain itu juga diperoleh nilai parameter pesawat LSU-05 untuk persamaan gerak tersebut[5].

Metode kendali abstraksi merupakan suatu metode untuk mendesain kontrol suatu sistem, sehingga dengan kontrol tersebut perilaku sistem *closed loop* akan memenuhi spesifikasi atau rancangan yang diinginkan, baik spesifikasi sederhana maupun rumit. Pessoa merupakan *software* kontrol yang menggunakan metode abstraksi dan *software* ini dikembangkan oleh CyPhyLab (*The Cyber-Physical Systems Laboratory*) Universitas California, Los Angeles. Penelitian terhadap metode kontrol dengan abstraksi menggunakan *software* Pessoa pernah dilakukan oleh Manuel Mazo Jr., Anna Davitian, dan Paulo Tabuada pada tahun 2009. Penelitian yang dilakukan adalah melakukan kendali pada DC motor untuk mengendalikan kecepatan angular DC motor. Hasil yang didapatkan dari penelitian adalah kecepatan angular DC Motor setelah dilakukan kendali memenuhi spesifikasi *reach and stay* yaitu respon kecepatan angular berawal dari kondisi awal kemudian mencapai target dan selalu pada target[7].

2.2 Pesawat LAPAN *Surveillance-05* (LSU-05)

Pesawat LSU-05 adalah produk Pusat Teknologi Penerbangan LAPAN dengan visi dan misi adalah untuk pengujian peralatan ilmiah dan melakukan observasi daerah dibawah jalur terbangnya pada kondisi terbang jelajah (*cruise*) atau pada keadaan *loiter*. Profil misi dimulai dengan *take-off*, *climb*, masuk fase *cruise*, dan diakhiri dengan *descent* kemudian *landing*[5]. Pesawat ini merupakan pesawat generasi ke 5 yang dikembangkan oleh LAPAN. Pesawat ini diharapkan mampu membawa payload sebesar 30 kg[8]. Gambar dan spesifikasi LSU-05 dapat dilihat pada Gambar 2.1 dan Tabel 2.1 sebagai berikut:



Gambar 2.1: Pesawat Tanpa Awak LSU-05[9]

Tabel 2.1: Data Pesawat LSU-05[5]

Simbol	Nama	Nilai
MTOW	<i>Maximum Take Off Weight</i>	75,08 <i>kg</i>
m	Massa total	7,7346 <i>kg</i>
U_0	Kecepatan <i>cruise</i>	27,78 <i>m/s</i>
b	Panjang bentangan sayap	5,5 <i>m</i>
s	Luas permukaan sayap	3,32 <i>m</i> ²
h^*	Tinggi terbang	6.000 <i>m</i>
ρ	Massa jenis udara	0,6601 <i>kg/m</i> ³
t_{max}	Lama terbang	6 jam
π	Phi	3,14
γ	Gamma	$\pi/180$
E	Bilangan Oswald	0,9
Mach	Bilangan Mach	0,5

2.3 Sistem Kendali Permukaan

Pada LSU-05 dan pesawat tanpa awak pada umumnya terdapat 5 sistem kendali permukaan (*control surface*). Kelimanya adalah *ailerons*, *elevator*, *rudder*, *throttle*, dan *flap*. *Elevator* berfungsi untuk mengatur gerak naik turun pesawat (*pitching*). Cara kerja *elevator* yaitu ketika pesawat akan melakukan gerakan *pitch up*, *elevator* dinaikkan. Dengan naiknya *elevator* maka terjadi penurunan gaya aerodinamika pesawat yang menekan *tail* kebawah sehingga *nose* naik. *Aileron* berfungsi untuk mengontrol gerak guling (*rolling*), *rudder* untuk membelokkan hidung pesawat ke kanan atau ke kiri (*yawing*), *throttle* untuk kecepatan maju, dan *flap* untuk untuk menambah daya angkat (*lift*) atau untuk menambah *drag*. Posisi kelima kendali permukaan pada LSU-05 ditampilkan pada Gambar 2.2 sebagai berikut:



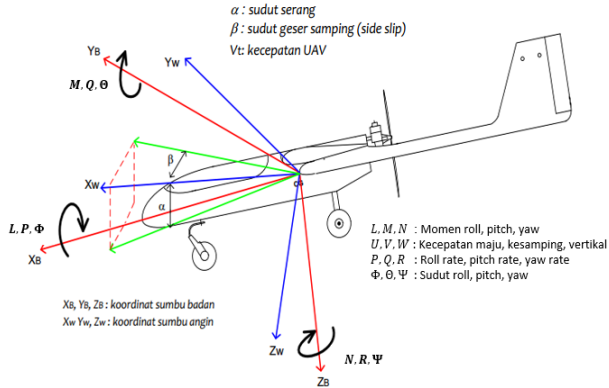
Gambar 2.2: Sistem Kendali Permukaan Pesawat LSU-05[9]

2.4 Sistem sumbu pesawat

Pada suatu benda terbang terdapat 3 sumbu koordinat yang digunakan untuk keperluan analisa gerak. Ketiga sumbu koordinat tersebut yaitu sumbu badan pesawat, sumbu angin dan sumbu horisontal atau sumbu bumi.

2.4.1 Sumbu Badan

Sumbu badan pesawat merupakan sumbu yang berpusat pada *Central of Gravity* (CG) pesawat yang mengacu pada badan pesawat[10]. Sumbu badan pesawat dibagi menjadi 3 bagian, yaitu sumbu X_B , Y_B , dan Z_B . Sumbu X_B adalah sumbu sepanjang longitudinal pesawat dengan nilai positif ke arah depan, sumbu Y_B tegak lurus pada bidang simetri dan positif ke arah kanan dan sumbu Z_B pada bidang simetri tegak pesawat dan positif ke bawah. Ilustrasi sumbu badan pesawat dan model gerakan pesawat terhadap sumbu badan ditunjukkan pada Gambar 2.3 sebagai berikut:



Gambar 2.3: Model Gerak LSU Terhadap Sumbu Bumi[11]

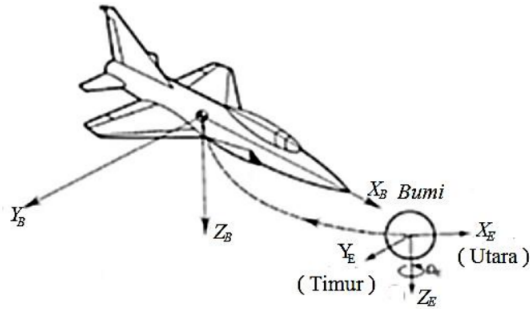
Komponen gerak pesawat pada sumbu X_B, Y_B , dan Z_B (sumbu badan pesawat) ditunjukkan pada Tabel 2.2 berikut :

Tabel 2.2: Komponen Gerak Pesawat Pada Sumbu Badan[6]

Komponen	Sb. X_B	Sb. Y_B	Sb. Z_B
Kecepatan Sudut	P	Q	R
Kecepatan Translasi	U	V	W
Gaya Aerodinamika	X	Y	Z
Momen Aerodinamika	L	M	N
Momen Inersia	I_x	I_y	I_z
Perubahan Sudut	Φ	Θ	Ψ

2.4.2 Sumbu Bumi

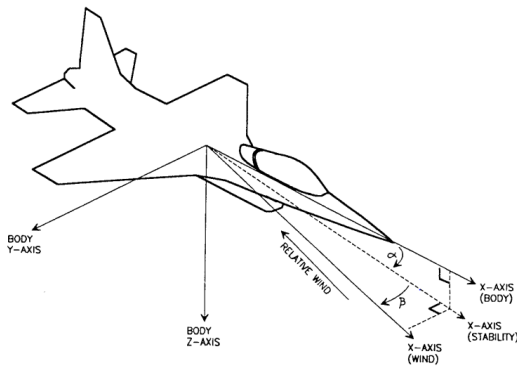
Sumbu bumi adalah salib sumbu pesawat relatif terhadap permukaan bumi yang diasumsikan datar[10]. Sumbu bumi pada umumnya mengacu pada arah mata angin. Pada sumbu bumi terdapat 3 acuan yaitu X_E, Y_E , dan Z_E . Sumbu X_E menuju kearah utara, sumbu Y_E menuju kearah timur, dan sumbu Z_E menuju kearah pusat bumi. Hal tersebut sesuai dengan Gambar 2.4 sebagai berikut:



Gambar 2.4: Sistem Sumbu Bumi[9]

2.4.3 Sumbu Angin

Sumbu angin adalah salib sumbu badan pesawat relatif terhadap arah angin datang yang menimbulkan drag pada pesawat. Sumbu x angin sejajar dengan vektor kecepatan total pesawat. Sumbu x positif pada sumbu angin berlawanan arah dengan arah datangnya angin dan sumbu x positif pada sumbu angin searah dengan arah kecepatan total pesawat[6]. Hubungan antara koordinat angin dengan koordinat badan pesawat ditentukan oleh dua sudut yaitu sudut serang α dan sudut slip samping β yang ditunjukkan pada Gambar 2.5 sebagai berikut



Gambar 2.5: Sistem Sumbu Angin[6]

Berdasarkan pada Gambar 2.5 diketahui bahwa sudut serang α merupakan sudut yang terbentuk antara sumbu x bumi (X_B) dan sumbu x *stability* (X_S). Sudut selip β merupakan sudut yang terbentuk antara sumbu x angin (X_W) dan sumbu x *stability* (X_S).

2.4.4 Persamaan Gerak Pesawat

Persamaan gerak pesawat terdiri dari persamaan dinamika dan kinematika. Dalam penurunan persamaan gerak pesawat diasumsikan pesawat adalah benda kaku yang bergerak di udara yang berorientasi terhadap sumbu koordinat badan tetap terhadap bentuk badan pesawat[12]. Untuk menghindari kompleksitas pemodelan matematik gerak UAV, dilakukan separasi gerak pesawat dalam 2 kelompok yaitu gerak longitudinal dan lateral direksional[13].

Dinamika lateral direksional adalah model matematika yang menggambarkan dinamika gerakan pesawat terbang untuk gerakan mendatar yang meliputi gerakan berbelok[14]. Sedangkan dinamika longitudinal adalah model matematika yang menggambarkan dinamika gerakan pesawat terbang untuk gerakan dalam arah vertikal misalnya gerakan mendaki atau menulik[14].

2.4.5 Persamaan Dinamika Pesawat

Enam derajat kebebasan (6 DoF) dalam gerak UAV atau pesawat tanpa awak terbagi atas tiga gerak translasi (vertikal, horisontal, dan transversal) dan tiga arah gerak rotasi (*roll*, *pitch*, dan *yaw*). Persamaan gerak translasi dan rotasi pesawat adalah sebagai berikut :

Gerak Translasi

Gerak translasi merupakan gerak yang diakibatkan oleh pergeseran benda atau pesawat yang diakibatkan oleh adanya gaya. Penurunan persamaan gerak translasi diawali dari Hukum II Newton yaitu:

$$\sum F = ma$$

dimana :

ΣF : jumlah resultan gaya yang bekerja pada pesawat (N)

m : massa elemen pesawat (kg)

a : percepatan gerak translasi (m/s^2)

Sumbu pesawat yang merupakan kerangka inersia adalah sumbu bumi, sehingga resultan gaya adalah[15]:

$$\Sigma F = m \left. \frac{d}{dt} V_T \right|_E \quad (2.1)$$

dengan $\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_E$ adalah perubahan kecepatan translasi pesawat relatif terhadap sumbu bumi. $\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_E$ dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_E = \left. \frac{d}{dt} V_T \right|_B + \omega \times V_T \quad (2.2)$$

dengan $\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_B$ adalah perubahan kecepatan translasi pesawat relatif terhadap sumbu badan.

Substitusi Persamaan (2.2) ke Persamaan (2.1) sehingga diperoleh resultan gaya terhadap sumbu badan yaitu:

$$\Sigma F = m \left(\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_B + \omega \times V_T \right) \quad (2.3)$$

dengan :

V_T : kecepatan gerak translasi pesawat (m/s)

ω : kecepatan angular pesawat (rad/s)

diketahui bahwa vektor kecepatan linier dan kecepatan sudut angular adalah

$$V_T = \hat{i}U + \hat{j}V + \hat{k}W \quad (2.4)$$

$$\omega = \hat{i}P + \hat{j}Q + \hat{k}R \quad (2.5)$$

sehingga,

$$\left. \frac{d}{dt} V_T \right|_B = \hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W} \quad (2.6)$$

dan operasi perkalian *cross* kecepatan sudut angular dengan kecepatan translasi menghasilkan

$$\begin{aligned} \omega \times V_T &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ U & V & W \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(QW - VR) + \hat{j}(UR - PW) + \\ &\quad \hat{k}(PV - UQ) \end{aligned} \quad (2.7)$$

subtitusi Persamaan (2.6) dan (2.7) ke Persamaan (2.3) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \Sigma F &= m \left(\left(\hat{i}\dot{U} + \hat{j}\dot{V} + \hat{k}\dot{W} \right) + \left(\hat{i}(QW - VR) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \hat{j}(UR - PW) + \hat{k}(PV - UQ) \right) \right) \\ &= m \left(\hat{i} \left(\dot{U} + QW - VR \right) + \hat{j} \left(\dot{V} + UR - PW \right) + \right. \\ &\quad \left. \hat{k} \left(\dot{W} + PV - UQ \right) \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Karena ΣF merupakan jumlah resultan gaya yang terjadi pada sumbu X_B, Y_B , dan Z_B , sehingga dapat ditulis resultan gaya pada masing-masing sumbu adalah sebagai berikut :

$$X = m \left(\dot{U} + QW - VR \right) \quad (2.9)$$

$$Y = m \left(\dot{V} + UR - PW \right) \quad (2.10)$$

$$Z = m \left(\dot{W} + PV - UQ \right) \quad (2.11)$$

Gerak Rotasi

Gerak rotasi pada pesawat adalah gerak pesawat untuk melakukan *rolling*, *pitching* dan *yawing*. Saat melakukan rotasi, dihasilkan momen angular pesawat yang berfungsi untuk mengetahui kecepatan rotasi pesawat. Penurunan persamaan gerak rotasi diawali dari Hukum II Newton yaitu:

$$\tau = \frac{dH}{dt}$$

dengan:

τ : Jumlah resultan momen yang bekerja pada pesawat
($kg.m^2.rad/s^2$)

H : Momen angular ($kg.m^2.rad/s$)

Sistem sumbu pada pesawat yang merupakan kerangka inersia adalah sumbu bumi, sehingga resultan momen adalah[15]

$$\tau = \left. \frac{dH}{dt} \right|_E \quad (2.12)$$

dengan $\left. \frac{dH}{dt} \right|_E$ adalah perubahan momen angular relatif terhadap sumbu bumi. $\left. \frac{dH}{dt} \right|_E$ dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\left. \frac{dH}{dt} \right|_E = \left. \frac{dH}{dt} \right|_B + \omega \times H \quad (2.13)$$

dengan $\left. \frac{dH}{dt} \right|_B$ adalah perubahan momen angular relatif terhadap sumbu badan.

Substitusi Persamaan (2.13) ke Persamaan (2.12) sehingga diperoleh resultan momen terhadap sumbu badan yaitu:

$$\tau = \left. \frac{dH}{dt} \right|_E = \left. \frac{dH}{dt} \right|_B + \omega \times H \quad (2.14)$$

Momen angular didefinisikan sebagai berikut :

$$H = I\omega \quad (2.15)$$

dimana

I : Momen inersia ($kg.m^2$)

ω : Kecepatan sudut (rad/s)

Dengan matriks momen inersia dan momen angular sebagai berikut:

$$I = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix}$$

$$\omega = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.16) ke Persamaan (2.15) dan secara umum, pesawat adalah simetri terhadap bidang xz berakibat nilai $I_{xy} = I_{yz} = 0$, sehingga diperoleh

$$H = \begin{bmatrix} I_x P - I_{xz} R \\ I_y Q \\ -I_{xz} P + I_z R \end{bmatrix}$$

Dengan H tersusun atas komponen-komponen h_x, h_y , dan h_z sehingga

$$h_x = I_x P - I_{xz} R \quad (2.17)$$

$$h_y = I_y Q \quad (2.18)$$

$$h_z = -I_{xz} P + I_z R \quad (2.19)$$

dari persamaan (2.5) diperoleh :

$$\frac{d}{dt}\omega = \hat{i}\dot{P} + \hat{j}\dot{Q} + \hat{k}\dot{R}$$

sehingga nilai $\left. \frac{dH}{dt} \right|_B$ yaitu

$$I \frac{d}{dt}\omega = \begin{bmatrix} I_x \dot{P} - I_{xz} \dot{R} \\ I_y \dot{Q} \\ -I_{xz} \dot{P} + I_z \dot{R} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

dan nilai $\omega \times H$ adalah

$$\begin{aligned}\omega \times H &= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ P & Q & R \\ h_x & h_y & h_z \end{vmatrix} \\ &= \hat{i}(Qh_z - Rh_y) + \hat{j}(Rh_x - Ph_z) + \\ &\quad \hat{k}(Ph_y - Qh_x)\end{aligned}\quad (2.21)$$

Substitusi persamaan (2.17)-(2.19) ke Persamaan (2.21), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\omega \times H &= (-PQI_{xz} + RQI_z - RQI_y)\hat{i} + (PRI_x - \\ &\quad R^2I_{xz} + P^2I_{xz} - PRI_z)\hat{j} + (-PQI_x + \\ &\quad RQI_{xz} + PQI_y)\hat{k}\end{aligned}\quad (2.22)$$

Substitusi persamaan (2.20) dan (2.22) ke Persamaan (2.14), sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\tau &= \left(I_x\dot{P} - I_{xz}\dot{R} - PQI_{xz} + RQI_z - RQI_y\right)\hat{i} + \left(I_y\dot{Q} + \right. \\ &\quad \left. PRI_x - R^2I_{xz} + P^2I_{xz} - PRI_z\right)\hat{j} + \left(-I_{xz}\dot{P} + \right. \\ &\quad \left. I_z\dot{R} - PQI_x + RQI_{xz} + PQI_y\right)\hat{k}\end{aligned}\quad (2.23)$$

Karena τ merupakan jumlah resultan momen yang terjadi terhadap sumbu X_B, Y_B , dan Z_B , sehingga dapat ditulis resultan momen terhadap masing-masing sumbu adalah sebagai berikut :

$$L = I_x\dot{P} - I_{xz}\left(\dot{R} + PQ\right) + QR(I_z - I_y)\quad (2.24)$$

$$M = I_y\dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_x - I_z)PR\quad (2.25)$$

$$N = I_z\dot{R} - I_{xz}\dot{P} + (I_y - I_x)PQ + QRI_{xz}\quad (2.26)$$

2.4.6 Transformasi Sumbu

Pada suatu benda terbang terdapat 3 sumbu koordinat yang digunakan untuk keperluan analisa gerak. Ketiga sumbu koordinat tersebut yaitu sumbu badan pesawat, sumbu angin dan sumbu bumi. Untuk mengorientasikan gerak pesawat dari satu sumbu ke sumbu yang lain membutuhkan transformasi sumbu. Matriks Transformasi diperoleh dengan mengalikan tiga matriks rotasi, yaitu rotasi terhadap sumbu x , sumbu y , dan sumbu z . Ketiga matriks rotasi tersebut adalah sebagai berikut[6]:

$$R_{x,\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$R_{y,\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & \sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$R_{z,\Psi} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\sin \Psi & 0 \\ \sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Matriks transformasi total adalah : $R = [R_{z,\Psi}][R_{y,\Theta}][R_{x,\Phi}]$

2.4.7 Kinematika sudut terbang

Untuk analisis manuver dan tanggapan dinamik pesawat terbang, digunakan tiga sudut gerak rotasi pesawat terbang, yaitu: *roll* (Φ), *pitch* (Θ), dan *yaw* (Ψ). Persamaan kinematika sudut terbang dapat dituliskan sebagai berikut[6]:

$$\begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\Phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\Theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_{x,\Phi}^T R_{y,\Theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

substitusi Persamaan (2.27) dan (2.28) ke Persamaan (2.30) sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\dot{\Phi} = P + R \tan \Theta \cos \Phi + Q \tan \Theta \sin \Phi \quad (2.31)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (2.32)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{Q \sin \Phi}{\cos \Theta} + \frac{R \cos \Phi}{\cos \Theta} \quad (2.33)$$

2.4.8 Kinematika untuk Translasi

Persamaan kinematika untuk translasi pada sistem koordinat bumi terhadap sistem koordinat badan dapat diperoleh sebagai berikut[6]:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_e \\ \dot{Y}_e \\ \dot{Z}_e \end{bmatrix} = R_{z,\Psi} R_{y,\Theta} R_{x,\Phi} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Dengan \dot{X}_e , \dot{Y}_e , dan \dot{Z}_e adalah kecepatan terhadap sumbu bumi. Dengan mensubstitusikan Persamaan (2.27)-(2.29) ke Persamaan (2.34) diperoleh

$$\begin{aligned} \dot{X}_e = & (\cos \Psi \cos \Theta)U + (-\sin \Psi \cos \Phi + \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi)V + \\ & (\sin \Psi \cos \Phi + \cos \Psi \cos \Theta \sin \Phi)W \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_e = & (\sin \Psi \cos \Theta)U + (\cos \Psi \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi)V + \\ & (-\cos \Psi \sin \Phi + \sin \Theta \sin \Psi \cos \Phi)W \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\dot{Z}_e = -(\sin \Theta)U + (\cos \Theta \sin \Phi)V + (\cos \Theta \cos \Phi)W \quad (2.37)$$

Sedangkan ketinggian (H) bernilai positif untuk arah ke atas pada sumbu Z bumi, sehingga persamaan perubahan ketinggian pesawat diperoleh sebagai berikut[16]

$$\dot{H} = -\dot{Z}_e = U \sin \Theta - V \cos \Theta \sin \Phi - W \cos \Theta \cos \Phi \quad (2.38)$$

2.5 Gerak Longitudinal Pesawat

Gerak longitudinal yaitu gerak pesawat yang menggambarkan gerakan dalam arah vertikal misalnya gerakan mendaki atau menuruni. Komponen pembangun persamaan keadaan gerak longitudinal terdiri atas gaya kearah sumbu x , sumbu z , dan momen terhadap sumbu y yang berpusat di titik pusat massa (*Central of gravitation/CG*). *Input* untuk gerak longitudinal terdiri atas defleksi *elevator* dan gaya dorong mesin (*thrust*)[5]. Persamaan gerak longitudinal pesawat dibangun oleh Persamaan (2.9), (2.11), (2.25), dan (2.32). Persamaan linier gerak longitudinal dapat ditulis dalam bentuk ruang keadaan $\dot{x}(t) = A_{Long}x(t) + B_{Long}u(t)$, dengan A_{Long} merupakan matriks keadaan dan B_{Long} merupakan matriks *input*.

Nilai karakteristik (nilai eigen) persamaan keadaan gerak longitudinal diperoleh melalui rumus:

$$|\lambda I - A_{Long}| = 0$$

Sehingga persamaan karakteristik λ sistem sebagai berikut:

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0 \quad (2.39)$$

Akar-akar persamaan karakteristik (2.39) untuk sebagian besar jenis pesawat adalah dua pasang akar kompleks. Apabila akar-akar persamaan karakteristik (2.39) adalah dua pasang akar kompleks maka persamaan karakteristik dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$(\lambda^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{ph} + \omega_{ph}^2)(\lambda^2 + 2\zeta_{sp}\omega_{sp} + \omega_{sp}^2) = 0 \quad (2.40)$$

Faktor pertama berhubungan dengan mode gerak yang mempunyai ciri-ciri osilasi dengan periode yang panjang, mode ini disebut sebagai mode *phugoid*. Redaman mode ini biasanya sangat rendah. Natural frekuensi mode ini

dinotasikan dengan ω_{ph} dan damping rasionya adalah ζ_{ph} . Faktor kedua berhubungan dengan gerakan yang cepat dan relatif teredam dengan baik, mode ini disebut sebagai mode *short period*. Natural frekuensi dalam mode ini dinotasikan dengan ω_{sp} dan damping rasionya adalah ζ_{sp} [17].

Nilai eigen sistem untuk setiap mode dapat ditulis menjadi:

$$\lambda_1 = \lambda_R + \lambda_I i \quad (2.41)$$

$$\lambda_2 = \lambda_R - \lambda_I i \quad (2.42)$$

Dari nilai eigen Persamaan (2.41) dan Persamaan (2.42) dapat diketahui karakteristik-karakteristik setiap mode yaitu berupa natural frekuensi (ω_n) yang merupakan kecepatan osilasi, damping rasio (ζ) adalah menggambarkan besarnya amplitudo dalam setiap osilasi, periode (T) atau waktu yang dibutuhkan dalam satu osilasi, waktu setengah amplitudo ($t_{1/2}$), dan jumlah siklus setengah amplitudo ($N_{1/2}$) dengan rumus berikut[18]:

$$\omega_n = \sqrt{\lambda_R^2 + \lambda_I^2} \quad (2.43)$$

$$\zeta = -\frac{\lambda_R}{\omega_n} \quad (2.44)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (2.45)$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(1/2)}{\lambda_R} \quad (2.46)$$

$$N_{1/2} = \frac{t_{1/2}}{T} \quad (2.47)$$

2.6 Keterkontrolan

Diberikan suatu sistem persamaan linear *time invariant* yang berdimensi- n yang disajikan oleh persamaan :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.48)$$

Definisi 2.1. [19]

Sistem linear (2.48) dikatakan terkontrol bila untuk setiap keadaan sebarang $x(0) = x_0$ ada masukan $u(t)$ yang tidak dibatasi mentransfer keadaan x_0 ke sebarang keadaan akhir $x(t_1) = x_1$ dengan waktu akhir t_1 hingga.

Teorema 2.1. [19]

Syarat cukup dan perlu suatu sistem linear (2.48) dikatakan terkontrol, jika matriks:

$$M_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{(n-1)}B] \quad (2.49)$$

mempunyai rank sama dengan n .

2.7 Sistem Kendali Metode Abstraksi

Sistem kendali dengan metode abstraksi merupakan metode untuk mendesain suatu kontrol untuk diterapkan ke suatu sistem sehingga dengan kontrol tersebut perilaku sistem *closed loop* akan memenuhi spesifikasi yang diinginkan.

2.7.1 Sistem

Secara umum suatu sistem didefinisikan sebagai berikut :

Definisi 2.2. [20]

Sistem $S = (\mathbb{X}, \mathbb{X}_0, \mathbb{U}, \longrightarrow, \mathbb{Y}, \mathbb{H})$ terdiri dari:

- *Himpunan state \mathbb{X} ;*
- *Himpunan kondisi awal state $\mathbb{X}_0 \subseteq \mathbb{X}$;*

- Himpunan input \mathbb{U} ;
- Relasi transisi $\longrightarrow \subseteq \mathbb{X} \times \mathbb{U} \times \mathbb{X}$;
- Himpunan output \mathbb{Y} ;
- Pemetaan output $\mathbb{H} : \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{Y}$

Sistem S dikatakan sistem berhingga ketika \mathbb{X} mempunyai kardinalitas berhingga. Sistem S dikatakan sistem metrik ketika terdapat suatu metrik $d : \mathbb{Y} \times \mathbb{Y} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$.

Sistem kontrol linier Σ adalah persamaan diferensial bentuk $\dot{\xi} = f(\xi, u)$. Dimana $\xi(t)$ menunjukkan keadaan sistem pada waktu t , $u(t)$ input kontrol, dan $\dot{\xi}$ menunjukkan turunan dari ξ terhadap waktu. Berikut definisi dari sistem kontrol linier Σ :

Definisi 2.3. [7]

Sistem kontrol linier adalah $\Sigma = (\mathbb{R}^n, \mathbb{U}, \mathcal{U}, A, B)$ terdiri dari :

- Ruang keadaan \mathbb{R}^n ;
- Input space $\mathbb{U} \subseteq \mathbb{R}^m$;
- Himpunan kurva input \mathcal{U} dengan elemen $u : (a, b) \rightarrow \mathbb{U} \subseteq \mathbb{R}^m$ yang pada dasarnya adalah fungsi kontinu sepotong-sepotong dengan $t \in (a, b)$
- Matrik $A \in \mathbb{R}^{(n \times n)}$ dan $B \in \mathbb{R}^{(n \times m)}$ yang mendeskripsikan sistem dinamik.

Kurva yang mempunyai turunan secara kontinu sepotong-sepotong $\xi : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^n$ dikatakan trayektori atau solusi dari Σ jika terdapat kurva input $u : (a, b) \rightarrow \mathbb{U}$ yang memenuhi:

$$\frac{d}{dt}\xi(t) = A\xi(t) + Bu(t) \quad (2.50)$$

untuk semua $t \in (a, b)$.

Pada **Definisi 2.3** trayektori didefinisikan pada himpunan terbuka. Sedangkan trayektori $\xi : [0, \tau] \rightarrow \mathbb{R}^n$ didefinisikan pada himpunan tertutup $[0, \tau], \tau \in \mathbb{R}^n$. Apabila $\xi' : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^n$ maka $\xi = \xi'|_{[0, \tau]}$. $\xi_{xu}(t)$ menunjukkan titik yang dicapai pada waktu $t \in [0, \tau]$ dengan *input* u dari *state* x .

$S_\tau(\Sigma)$ adalah suatu sistem waktu diskrit yang berkaitan dengan sistem kontrol Σ dengan parameter kuantisasi waktu $\tau \in \mathbb{R}^+$. Sistem $S_\tau(\Sigma)$ adalah sistem yang tak berhingga yang mempunyai himpunan statenya di \mathbb{R}^n . Sistem $S_\tau(\Sigma)$ dapat didefinisikan sebagai sistem $S_\tau(\Sigma) = (\mathbb{X}, \mathbb{X}_0, \mathbb{U}, \longrightarrow, \mathbb{Y}, \mathbb{H})$ dengan :

- $\mathbb{X} = \mathbb{R}^n$;
- $\mathbb{X}_0 = \mathbb{R}^n$;
- $\mathbb{U} = \mathcal{U}$;
- $x \xrightarrow{u} x'$ jika solusi ξ Persamaan (2.50) memenuhi $\xi_{xu}(\tau) = x'$ dengan $u \in \mathbb{U}$;
- $\mathbb{Y} = \mathbb{X}$;
- $\mathbb{H} = 1_{\mathbb{X}}$

2.7.2 Proses Desain Kendali Dengan Abstraksi

Lebih dari 20 tahun yang lalu, perangkat lunak sudah digunakan untuk desain kendali. Secara garis besar perangkat lunak akan digunakan untuk mendesain pengendali S_{cont} sehingga komposisi $S_{cont} \times S_\tau(\Sigma)$ memenuhi spesifikasi yang diinginkan. Jika spesifikasi diberikan sebagai suatu sistem yang lain S_{spec} , maka akan dirancang S_{cont} sehingga :

$$S_{cont} \times S_\tau(\Sigma) \preceq_{AS}^\varepsilon S_{spec}$$

atau

$$S_{cont} \times S_\tau(\Sigma) \cong_{AS}^\varepsilon S_{spec}$$

dengan \preceq_{AS}^ε adalah notasi ε -approximate alternating simulation relation dan \cong_{AS}^ε adalah notasi ε -approximate alternating bisimulation relation.

Perancangan pengendali S_{cont} tidak dapat diselesaikan secara algoritmik karena $S_\tau(\Sigma)$ adalah sistem tak berhingga. Sehingga perlu mendesain sistem abstrak atau sistem berhingga dari sistem transisi $S_\tau(\Sigma)$ yaitu sistem abstrak S_{abs} , dimana dalam pembentukan sistem abstrak tersebut harus dapat menjamin apabila ada pengendali S_{cont} yang memenuhi:

$$S_{cont} \times S_{abs} \preceq_{AS}^\varepsilon S_{spec}$$

maka ada juga pengendali S'_{cont} yang memenuhi:

$$S'_{cont} \times S_\tau(\Sigma) \preceq_{AS}^\varepsilon S_{spec}$$

Dengan S'_{cont} adalah hasil *refinement* dari S_{cont} . Sehingga antara sistem abstrak dan sistem transisi harus mempunyai relasi yaitu ε -approximate alternating simulation relation atau ε -approximate bisimulation alternating relation. Adanya relasi ε -approximate alternating simulation relation dari S_{abs} ke $S_\tau(\Sigma)$, menjamin apabila ada pengendali S_{cont} yang bekerja pada S_{abs} maka ada juga pengendali S'_{cont} yang bekerja pada $S_\tau(\Sigma)$. Selain itu Jika ada ε -approximate alternating bisimulation relation antara S_{abs} dan $S_\tau(\Sigma)$, maka ada jaminan bahwa apabila ada pengendali untuk $S_\tau(\Sigma)$ maka ada juga pengendali untuk S_{abs} [20].

2.7.3 Sistem Abstrak

Sistem abstrak adalah sistem dengan *state* dan *input* berhingga serta mempunyai waktu yang diskrit. Dalam pembentukan sistem abstrak dibutuhkan parameter kuantisasi waktu $\tau \in \mathbb{R}^+$, parameter kuantisasi *state* $\eta \in \mathbb{R}^+$, dan parameter kuantisasi *input space* $\tau \in \mathbb{R}^+$. Dengan parameter-parameter tersebut dapat digunakan untuk menentukan sistem $S_{\tau\eta\mu}$ sehingga $S_\tau(\Sigma) \cong_{AS}^\varepsilon S_{\tau\eta\mu}$ [7].

Definisi 2.4. [7]

Sistem $S_{\tau\eta\mu}(\Sigma) = (\mathbb{X}_{\tau\eta\mu}, \mathbb{X}_{\tau\eta\mu 0}, \mathbb{U}_{\tau\eta\mu}, \longrightarrow, \mathbb{Y}_{\tau\eta\mu}, \mathbb{H}_{\tau\eta\mu})$ berkaitan dengan sistem kontrol linier $\Sigma = (\mathbb{R}^n, \cup, \mathcal{U}, A, B)$ dan dengan $\eta, \mu, \tau \in \mathbb{R}^+$ terdiri dari:

- $\mathbb{X}_{\tau\eta\mu} = [\mathbb{R}^n]_\eta$ dengan $[\mathbb{R}^n]_\eta = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_i = k_i\eta, k_i \in \mathbb{Z} \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n\}$;
- $\mathbb{X}_{\tau\eta\mu 0} = \mathbb{X}_{\tau\eta\mu}$;
- $\mathbb{U}_{\tau\eta\mu} = \{u \in \mathcal{U} \mid u(t) = u(t') \in [\cup]_\mu \forall t, t' \in [0, \tau]\}$;
- $x \xrightarrow{u} x'$ jika terdapat $u \in \mathbb{U}_{\tau\eta\mu}$ dan solusi $\xi_{xu} : [0, \tau] \rightarrow \mathbb{R}^n$ dari sistem Σ memenuhi $\|\xi_{xu}(\tau) - x'\| \leq \frac{\eta}{2}$;
- $\mathbb{Y}_{\tau\eta\mu} = \mathbb{R}^n$;
- $\mathbb{H}_{\tau\eta\mu} = 1_{\mathbb{X}_{\tau\eta\mu}}$

Sistem $S_{\tau\eta\mu}(\Sigma)$ masih merupakan sistem tak berhingga karena banyak statenya tak berhingga. Berdasarkan $S_{\tau\eta\mu}(\Sigma)$, dapat ditentukan sistem abstrak S_{abs} sehingga S_{abs} mensimulasikan $S_{\tau\eta\mu}(\Sigma)$.

Sistem abstrak $S_{abs} = (\mathbb{X}_{abs}, \mathbb{X}_{abs 0}, \mathbb{U}_{abs}, \overrightarrow{abs}, \mathbb{Y}_{abs}, \mathbb{H}_{abs})$ terdiri dari:

- $\mathbb{X}_{abs} = [D]_\eta \cup \{*\}$ dengan D adalah himpunan kompak, $[\mathbb{D}^n]_\eta = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x_i = k_i\eta \text{ untuk beberapa } k_i \in \mathbb{Z} \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n\}$, $D \subset \mathbb{R}^n$, dan $\{*\} = \mathbb{X}_{\tau\eta\mu} \setminus [D]_\eta$;
- $\mathbb{X}_{abs 0} = \mathbb{X}_{abs} \cap \mathbb{X}_{\tau\eta\mu 0}$;
- $\mathbb{U}_{abs} = \mathbb{U}_{\tau\eta\mu}$;
- $x \xrightarrow{u} x'$ dalam S_{abs} jika $x, x' \in [D]_\eta$ dan $x \xrightarrow{u} x'$ dalam $S_{\tau\eta\mu}$ jika $x \in [D]_\eta, x' = *$;

- $\mathbb{Y}_{abs} = \mathbb{Y}_{\tau\eta\mu};$
- $\mathbb{H}_{abs} = 1_{\mathbb{X}_{abs}}$

2.8 Pessoa

Pessoa adalah *toolbox* untuk kontrol dengan abstraksi, dimana algoritma Pessoa diprogram melalui C dan dapat diimplementasikan pada MATLAB. Pessoa mempunyai tiga fungsi yaitu[20]:

1. Mengkontruksi sistem abstrak (sistem berhingga) dari sistem kontrol linear
2. kontrol *Synthesis* untuk beberapa spesifikasi
3. Simulasi perilaku loop tertutup pada Simulink.

Pessoa mendukung kontrol *synthesis* yang menerapkan empat jenis spesifikasi. Didefinisikan himpunan target $\mathcal{Z} \subseteq \mathbb{X}$ dan himpunan kendala $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{X}$, sehingga spesifikasinya sebagai berikut[20]:

1. *Stay* : Lintasan dimulai pada target himpunan \mathcal{Z} dan tetap berada di \mathcal{Z} . Spesifikasi ini sesuai dengan rumus *Linear Temporal Logic* (LTL) $\Box\varphi\mathcal{Z}$, dimana $\varphi\mathcal{Z}$ adalah predikat yang mendefinisikan himpunan \mathcal{Z}
2. *Reach* : Lintasan mencapai target himpunan \mathcal{Z} dalam waktu yang terbatas. Spesifikasi ini sesuai dengan rumus LTL $\Diamond\varphi\mathcal{Z}$.
3. *Reach and Stay* : Lintasan mencapai target himpunan \mathcal{Z} dalam waktu yang terbatas dan tetap berada di \mathcal{Z} setelahnya. Spesifikasi ini sesuai dengan rumus LTL $\Diamond\Box\varphi\mathcal{Z}$.

4. *Reach and Stay while Stay* : Lintasan mencapai target himpunan \mathcal{Z} dalam waktu yang terbatas dan setelah itu selalu berada di \mathcal{Z} , namun selalu dalam batasan himpunan \mathbb{W} . Spesifikasi ini sesuai dengan rumus LTL $\Diamond \Box \varphi \mathcal{Z} \wedge \Box \varphi \mathbb{W}$, dimana $\varphi \mathbb{W}$ adalah predikat yang mendefinisikan himpunan \mathbb{W} .

BAB III METODE PENELITIAN

Langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dipelajari literatur-literatur ilmiah dari buku, jurnal, artikel, dan lain-lain yang memiliki hubungan dan mendukung topik penelitian. Meliputi Pesawat LSU-05, sistem kendali metode abstraksi, *software* Pessoa, persamaan gerak pesawat, sistem kendali permukaan pesawat dan keterkontrolan.

2. Pembentukan Sistem Ketinggian Terbang LSU-05

Tahap kedua dari penelitian ini adalah dilakukan pembentukan sistem ketinggian terbang LSU-05, yang dilakukan adalah pelinieran persamaan gerak pesawat dengan *small disturbance theory* (teori gangguan kecil) sehingga diperoleh persamaan keadaan gerak longitudinal yang kemudian dilakukan aproksimasi *short period* terhadap persamaan keadaan gerak longitudinal dan analisis karakteristik kedua sistem tersebut untuk membandingkan kedua sistem tersebut. Selanjutnya pembentukan persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat LSU-05 menggunakan persamaan keadaan hasil aproksimasi *short period*. Setelah itu dilakukan uji keterkontrolan sistem, apabila sistem terkontrol maka dapat dilanjutkan perancangan sistem kendali. Namun sebelum dilanjutkan perancangan sistem kendali, dilakukan diskritisasi waktu terhadap sistem sehingga

terbentuk sistem transisi dari persamaan keadaan ketinggian terbang LSU-05.

3. Desain Kendali Abstraksi

Pada tahap ini, dirancang kendali abstraksi untuk kendali ketinggian terbang LSU-05, yakni dengan melakukan perancangan spesifikasi dan perancangan sistem abstrak yang terdiri dari penentuan relasi, himpunan *state*, *input space*, dan parameter abstraksi dengan *trial and error*.

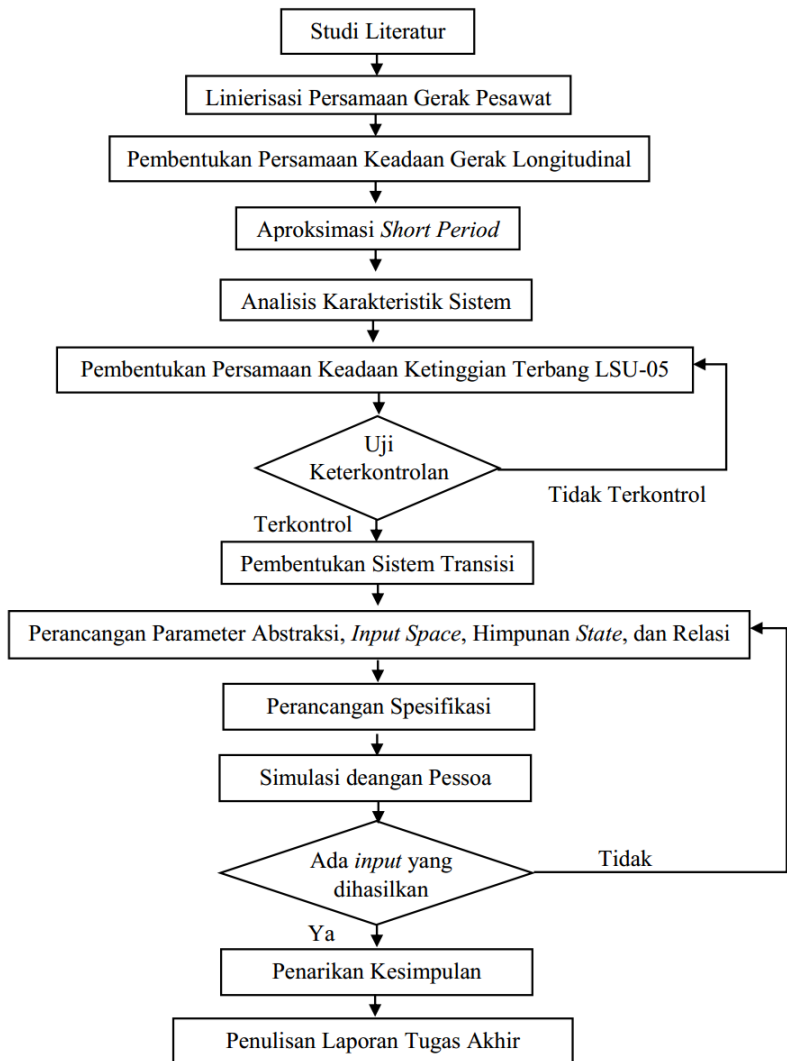
4. Simulasi dan Penarikan Kesimpulan

Pada tahap ini, dilakukan simulasi desain kendali menggunakan *software* Pessoa yang diimplementasikan pada MATLAB. Selanjutnya dilakukan analisis terhadap hasil simulasi dengan tujuan melihat apakah desain kendali bekerja dengan baik pada sistem. Setelah itu dilakukan penarikan kesimpulan.

5. Penulisan Laporan Tugas Akhir

Pada tahap ini, dilakukan penulisan laporan Tugas Akhir setelah mendapatkan kesimpulan dari hasil simulasi dan jawaban dari permasalahan.

Secara umum langkah-langkah yang dilakukan dalam penyelesaian Tugas Akhir ini ditampilkan dalam diagram alir metode penelitian pada Gambar 3.1 sebagai berikut :



Gambar 3.1: Diagram Alir Metode Penelitian

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Linierisasi Persamaan Gerak Pesawat

Gerak pesawat dapat dipisah menjadi dua bagian yang tidak terkait satu sama lain, yaitu gerak lateral-direksional dan gerak longitudinal. Gerak longitudinal adalah gerak pesawat pada bidang- xz , yang terdiri atas dua gerak translasi dan satu gerak rotasi. Sehingga gerak longitudinal dapat mempengaruhi ketinggian terbang pesawat.

Komponen pembangun persamaan keadaan gerak longitudinal adalah gaya kearah sumbu- x , gaya kearah sumbu- z , dan momen terhadap sumbu- y , maka persamaan dasar yang digunakan untuk penurunan persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 X &= m(\dot{U} + QW - RV) \\
 Z &= m(\dot{W} + VP - QU) \\
 M &= I_y \dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_x - I_z)PR \\
 \dot{\Theta} &= Q \cos \Phi - R \sin \Phi \\
 \dot{H} &= U \sin \Theta - V \cos \Theta \sin \Phi - W \cos \Theta \cos \Phi
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Gaya X , Y , dan momen M yang terjadi pada pesawat diantaranya adalah gaya dan momen akibat gravitasi bumi dan aerodinamik[17]. Sehingga gaya dan momen dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 X &= X_a + X_g \\
 Z &= Z_a + Z_g \\
 M &= M_a + M_g
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

dengan

X_a, Y_a, M_a : Gaya dan momen aerodinamik

X_g, Y_g, M_g : Gaya dan momen akibat gravitasi bumi

Gaya dan momen akibat pengaruh gravitasi bumi adalah

$$\begin{aligned} X_g &= -mg \sin \Theta \\ Z_g &= mg \cos \Theta \cos \Phi \\ M_g &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (4.2) dan (4.3), ke Persamaan (4.1) diperoleh

$$X_a = m(\dot{U} + QW - RV + g \sin \Theta) \quad (4.4)$$

$$Z_a = m(\dot{W} + VP - QU - g \cos \Theta \cos \Phi) \quad (4.5)$$

$$M_a = I_y \dot{Q} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_x - I_z)PR \quad (4.6)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cos \Phi - R \sin \Phi \quad (4.7)$$

$$\dot{H} = U \sin \Theta - V \cos \Theta \sin \Phi - W \cos \Theta \cos \Phi \quad (4.8)$$

Persamaan (4.4) - (4.8) adalah persamaan non linear. Persamaan tersebut akan dilinearisasikan dengan *small disturbance theory* (teori gangguan kecil) agar dapat dituliskan ke dalam matriks ruang keadaan.

Semua variabel diasumsikan mendapatkan gangguan, sehingga dimisalkan sebagai berikut :

$$U = U_0 + u \quad P = P_0 + p \quad \Theta = \Theta_0 + \theta$$

$$V = V_0 + v \quad Q = Q_0 + q \quad \Phi = \Phi_0 + \phi$$

$$W = W_0 + w \quad R = R_0 + r \quad H = H_0 + h$$

Dengan $U_0, V_0, W_0, P_0, Q_0, R_0, \Theta_0, \Phi_0$, dan H_0 adalah nilai kesetimbangan dan $u, v, w, p, q, r, \theta, \phi$, dan h adalah gangguan.

Karena semua variabel mendapatkan gangguan, maka Persamaan (4.4)-(4.8) menjadi

$$\begin{aligned}
X_a &= m(\dot{U}_0 + \dot{u} + (Q_0 + q)(W_0 + w) - (R_0 + r)(V_0 + v) + \\
&\quad g \sin(\Theta_0 + \theta)) \\
Z_a &= m(\dot{W}_0 + \dot{w} + (V_0 + v)(P_0 + p) - (Q_0 + q)(U_0 + u) - \\
&\quad g \cos(\Theta_0 + \theta) \cos(\Phi_0 + \phi)) \\
M_a &= I_y(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + I_{xz}((P_0 + p)^2 - (R_0 + r)^2) + (I_x - I_z) \\
&\quad (P_0 + p)(R_0 + r) \\
\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta} &= (Q_0 + q) \cos(\Phi_0 + \phi) - (R_0 + r) \sin(\Phi_0 + \phi) \\
\dot{H}_0 + \dot{h} &= (U_0 + u) \sin(\Theta_0 + \theta) - \cos(\Theta_0 + \theta) \sin(\Phi_0 + \phi) \\
&\quad (V_0 + v) - (W_0 + w) \cos(\Theta_0 + \theta) \cos(\Phi_0 + \phi))
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Persamaan (4.9) dapat ditulis menjadi :

$$\begin{aligned}
X_a &= m(\dot{U}_0 + \dot{u} + Q_0 W_0 + Q_0 w + q W_0 + q w - R_0 V_0 - R_0 v \\
&\quad - r V_0 - r v + g(\sin \Theta_0 \cos \theta + \cos \Theta_0 \sin \theta)) \\
Z_a &= m(\dot{W}_0 + \dot{w} + V_0 P_0 + V_0 p + v P_0 + v p - Q_0 U_0 - Q_0 u - \\
&\quad q U_0 - q u - g(\cos \Theta_0 \cos \theta \cos \Phi_0 \cos \phi - \cos \Theta_0 \cos \theta \sin \Phi_0 \\
&\quad \sin \phi - \sin \Theta_0 \sin \theta \cos \Phi_0 \cos \phi + \sin \Theta_0 \sin \theta \sin \Phi_0 \sin \phi)) \\
M_a &= I_y(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + I_{xz}(P_0^2 + 2P_0 p + p^2 - R_0^2 - 2R_0 r - r^2) \\
&\quad + (I_x - I_z)(P_0 R_0 + P_0 r + p R_0 + p r) \\
\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta} &= (Q_0 + q) \cos \Phi_0 \cos \phi - Q_0 \sin \Phi_0 \sin \phi + \\
&\quad q \cos \Phi_0 \cos \phi - q \sin \Phi_0 \sin \phi - R_0 \sin \Phi_0 \cos \phi - \\
&\quad R_0 \cos \Phi_0 \sin \phi - r \sin \Phi_0 \cos \phi - r \cos \Phi_0 \sin \phi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{H}_0 + \dot{h} = & (U_0 + u)(\sin \Theta_0 \cos \theta + \cos \Theta_0 \sin \theta) - (\cos \Theta_0 \cos \theta \\
& - \sin \Theta_0 \sin \theta)(\sin \Phi_0 \cos \phi + \cos \Phi_0 \sin \phi)(V_0 + v) \\
& - (W_0 + w)(\cos \Theta_0 \cos \theta - \sin \Theta_0 \sin \theta)(\cos \Phi_0 \cos \phi \\
& - \sin \Phi_0 \sin \phi)
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Diasumsikan gangguan sangat kecil sehingga dapat diasumsikan :

1. Perkalian (*product*) antar gangguan kecil dapat dianggap nol.
2. Sinus dari sudut gangguan dapat dianggap sama dengan sudut gangguan, sedangkan cosinus dari sudut gangguan dapat dianggap sama dengan satu.

Asumsi di atas menyebabkan Persamaan (4.10) menjadi :

$$\begin{aligned}
X_a = & m(\dot{U}_0 + \dot{u} + Q_0 W_0 + Q_0 w + q W_0 - R_0 V_0 - R_0 v - r V_0 \\
& + g(\sin \Theta_0 + \theta \cos \Theta_0)) \\
Z_a = & m(\dot{W}_0 + \dot{w} + V_0 P_0 + V_0 p + v P_0 - Q_0 U_0 - Q_0 u - q U_0 \\
& - g(\cos \Theta_0 \cos \Phi_0 - \phi \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 - \theta \sin \Theta_0 \cos \Phi_0)) \\
M_a = & I_y(\dot{Q}_0 + \dot{q}) + I_{xz}(P_0^2 + 2P_0 p - R_0^2 - 2R_0 r) + (I_x - I_z) \\
& (P_0 R_0 + P_0 r + p R_0) \\
\dot{\Theta}_0 + \dot{\theta} = & Q_0 \cos \Phi_0 - Q_0 \phi \sin \Phi_0 + q \cos \Phi_0 - R_0 \sin \Phi_0 - \\
& R_0 \phi \cos \Phi_0 - r \sin \Phi_0 \\
\dot{H}_0 + \dot{h} = & U_0 \sin \Theta_0 + U_0 \theta \cos \Theta_0 + u \sin \Theta_0 - V_0 \cos \Theta_0 \\
& \sin \Phi_0 - V_0 \phi \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 + V_0 \theta \sin \Theta_0 \sin \Phi_0 - \\
& v \cos \Theta_0 \sin \Phi_0 - W_0 \cos \Theta_0 \cos \Phi_0 + \phi W_0 \cos \Theta_0 \\
& \sin \Phi_0 + \theta W_0 \sin \Theta_0 \cos \Phi_0 - w \cos \Theta_0 \cos \Phi_0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Kondisi kesetimbangan pesawat LSU-05 adalah sebagai berikut[5]:

1. Terbang lurus ($\dot{\Psi}_0 = 0$).
2. Terbang simetri ($V_0 = \Psi_0 = 0$).
3. Terbang dengan sayap mendarat ($\Phi_0 = 0$).
4. Terbang setimbang menyebabkan ($P_0 = Q_0 = R_0 = 0$)

Selain itu pada kondisi kesetimbangan Θ_0 dan U_0 konstan. $W_0 = 0$ karena kesetimbangan pesawat pada sumbu *stability*. Kondisi tersebut menyebabkan $\dot{U}_0 = \dot{W}_0 = \dot{Q}_0 = \dot{\Theta}_0 = 0$. Pada persamaan gerak longitudinal tidak terjadi gerak lateral-direksional sehingga v , p , r , dan ϕ dan turunannya diabaikan atau diartikan bernilai nol. Sehingga menyebabkan Persamaan (4.11) menjadi :

$$X_a = m (\dot{u} + g(\cos \Theta_0)\theta + g \sin \Theta_0)$$

$$Z_a = m (\dot{w} - U_0 q + g(\sin \Theta_0)\theta - g \cos \Theta_0)$$

$$M_a = I_y \dot{q}$$

$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{H}_0 + \dot{h} = U_0 \sin \Theta_0 + (\sin \Theta_0)u - (\cos \Theta_0)w + U_0(\cos \Theta_0)\theta \quad (4.12)$$

Gaya dan momen aerodinamik dipengaruhi oleh variabel gerak beserta turunannya, *thrust*, dan kontrol aerodinamik pada pesawat yaitu defleksi *elevator*, *aileron*, *rudder*[16].

Gaya dan momen ini dapat dinyatakan dalam deret Taylor sebagai berikut

$$\begin{aligned}
X_a &= X_{a0} + \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial v}v + \frac{\partial X_a}{\partial w}w + \frac{\partial X_a}{\partial p}p + \frac{\partial X_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial X_a}{\partial r}r + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{p}}\dot{p} + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \\
&\quad \frac{\partial X_a}{\partial \dot{r}}\dot{r} + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_t}\delta_t + \dots \\
\\
Z_a &= Z_{a0} + \frac{\partial Z_a}{\partial u}u + \frac{\partial Z_a}{\partial v}v + \frac{\partial Z_a}{\partial w}w + \frac{\partial Z_a}{\partial p}p + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial Z_a}{\partial r}r + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{p}}\dot{p} + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \\
&\quad \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{r}}\dot{r} + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_t}\delta_t + \dots \\
\\
M_a &= M_{a0} + \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial v}v + \frac{\partial M_a}{\partial w}w + \frac{\partial M_a}{\partial p}p + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial M_a}{\partial r}r + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{u}}\dot{u} + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{p}}\dot{p} + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{q}}\dot{q} + \\
&\quad \frac{\partial M_a}{\partial \dot{r}}\dot{r} + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_t}\delta_t + \dots
\end{aligned} \tag{4.13}$$

dengan X_{a0} , Z_{a0} , dan M_{a0} adalah konstan.

Berdasarkan asumsi gangguan sangat kecil maka suku-suku tingkat dua keatas pada persamaan (4.13) dapat diabaikan karena tidak berpengaruh signifikan. Untuk suku tingkat satu, satu-satunya variabel turunan yang berpengaruh signifikan adalah \dot{w} . Sehingga Persamaan (4.13) dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
X_a &= X_{a0} + \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial v}v + \frac{\partial X_a}{\partial w}w + \frac{\partial X_a}{\partial p}p + \frac{\partial X_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial X_a}{\partial r}r + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_t}\delta_t \\
Z_a &= Z_{a0} + \frac{\partial Z_a}{\partial u}u + \frac{\partial Z_a}{\partial v}v + \frac{\partial Z_a}{\partial w}w + \frac{\partial Z_a}{\partial p}p + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial Z_a}{\partial r}r + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_t}\delta_t \\
M_a &= M_{a0} + \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial v}v + \frac{\partial M_a}{\partial w}w + \frac{\partial M_a}{\partial p}p + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \\
&\quad \frac{\partial M_a}{\partial r}r + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_a}\delta_a + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_r}\delta_r + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_t}\delta_t
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Dimana δ_t , δ_e , δ_a , dan δ_r merupakan *thrust*, defleksi *elevator*, defleksi *aileron*, dan defleksi *rudder*. Karena gerak yang terjadi adalah longitudinal, maka turunan stabilitas aerodinamik v, p, r dan turunan kontrol aerodinamik δ_a, δ_r sama dengan nol. *Cruise speed* pesawat adalah konstan, maka gerak longitudinal dapat hanya dikendalikan dengan *elevator*, sehingga δ_t dapat dinyatakan sama dengan nol [6]. Sehingga Persamaan (4.14) menjadi

$$\begin{aligned}
X_a &= X_{a0} + \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial w}w + \frac{\partial X_a}{\partial q}q + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e \\
Z_a &= Z_{a0} + \frac{\partial Z_a}{\partial u}u + \frac{\partial Z_a}{\partial w}w + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e \\
M_a &= M_{a0} + \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial w}w + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Selanjutnya dilakukan substitusi Persamaan (4.15) ke Persamaan (4.12) maka diperoleh :

$$m(\dot{u} + g(\cos \Theta_0)\theta + g \sin \Theta_0) = X_{a0} + \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial w}w + \frac{\partial X_a}{\partial q}q \\ + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e$$

$$m(\dot{w} - U_0q + g(\sin \Theta_0)\theta - g \cos \Theta_0 \sin \Phi_0) = Z_{a0} + \frac{\partial Z_a}{\partial u}u \\ + \frac{\partial Z_a}{\partial w}w + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e$$

$$I_y\dot{q} = M_{a0} + \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial w}w + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e$$

$$\dot{\theta} = q$$

$$\dot{H}_0 + \dot{h} = U_0 \sin \Theta_0 + (\sin \Theta_0)u - (\cos \Theta_0)w + U_0(\cos \Theta_0)\theta \quad (4.16)$$

Jika diperhatikan, ketika semua gangguan sama dengan nol, maka diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} X_{a0} &= mg \sin \Theta_0 \\ Z_{a0} &= -mg \cos \Theta_0 \\ M_{a0} &= 0 \\ \dot{H}_0 &= U_0 \sin \Theta_0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan (4.17) ke Persamaan (4.16) diperoleh

$$m(\dot{u} + g(\cos \Theta_0)\theta) = \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial w}w + \frac{\partial X_a}{\partial q}q + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \\ \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e \quad (4.18)$$

$$m(\dot{w} - U_0 q + g(\sin \Theta_0)\theta) = \frac{\partial Z_a}{\partial u}u + \frac{\partial Z_a}{\partial w}w + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e \quad (4.19)$$

$$I_y \dot{q} = \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial w}w + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}}\dot{w} + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e \quad (4.20)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (4.21)$$

$$\dot{h} = (\sin \Theta_0)u - (\cos \Theta_0)w + U_0(\cos \Theta_0)\theta \quad (4.22)$$

Dalam analisa gerak pesawat penting untuk mengetahui sudut serang pesawat. Sudut serang adalah sudut yang terbentuk antara sumbu x *stability* (X_S) dan sumbu x badan pesawat (X_B). Apabila sudut serang terlalu besar maka pesawat dapat kehilangan daya angkat yang menyebabkan pesawat terjatuh. Terdapat hubungan antara sudut serang (α) dan w yaitu:

$$w = \alpha U_0 \quad \dot{w} = \dot{\alpha} U_0 \quad (4.23)$$

Sedangkan untuk turunan stabilitas aerodinamik variabel α dan $\dot{\alpha}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} U_0 \frac{\partial X_a}{\partial w} &= \frac{\partial X_a}{\partial w/U_0} = \frac{\partial X_a}{\partial \alpha} & U_0 \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}} &= \frac{\partial X_a}{\partial \dot{w}/U_0} = \frac{\partial X_a}{\partial \dot{\alpha}} \\ U_0 \frac{\partial Z_a}{\partial w} &= \frac{\partial Z_a}{\partial w/U_0} = \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha} & U_0 \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}} &= \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{w}/U_0} = \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{\alpha}} \\ U_0 \frac{\partial M_a}{\partial w} &= \frac{\partial M_a}{\partial w/U_0} = \frac{\partial M_a}{\partial \alpha} & U_0 \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}} &= \frac{\partial M_a}{\partial \dot{w}/U_0} = \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\alpha}} \end{aligned} \quad (4.24)$$

Kemudian dilakukan substitusi Persamaan (4.23) dan (4.24) ke Persamaan (4.18) - (4.20) diperoleh

$$\begin{aligned} m(\dot{u} + g(\cos \Theta_0)\theta) &= \frac{\partial X_a}{\partial u}u + \frac{\partial X_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial X_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{\partial X_a}{\partial q}q \\ &\quad + \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$m(U_0\dot{\alpha} - U_0q + g(\sin \Theta_0)\theta) = \frac{\partial Z_a}{\partial u}u + \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{\partial Z_a}{\partial q}q + \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e \quad (4.26)$$

$$I_y\dot{q} = \frac{\partial M_a}{\partial u}u + \frac{\partial M_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{\partial M_a}{\partial q}q + \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e \quad (4.27)$$

Selanjutnya bagi kedua ruas Persamaan (4.25) dan (4.26) dengan sq' dan Persamaan (4.27) dengan $sq'c$, dimana $q' = \frac{1}{2}\rho U_0^2$. Dengan s adalah luas permukaan sayap, c adalah *aerodynamic chord*, dan ρ adalah kerapatan udara. Sehingga Persamaan (4.25) - (4.27) menjadi

$$\frac{m}{sq'}\dot{u} + \frac{mg}{sq'}(\cos \Theta_0)\theta = \frac{U_0}{sq'}\frac{\partial X_a}{\partial u}\frac{1}{U_0}u + \frac{1}{sq'}\frac{\partial X_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial X_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial X_a}{\partial q}q + \frac{1}{sq'}\frac{\partial X_a}{\partial \delta_e}\delta_e$$

$$\begin{aligned} \frac{mU_0}{sq'}\dot{\alpha} - \frac{mU_0}{sq'}q + \frac{mg}{sq'}(\sin \Theta_0)\theta &= \frac{U_0}{sq'}\frac{\partial Z_a}{\partial u}\frac{1}{U_0}u + \frac{1}{sq'}\frac{\partial Z_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial Z_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial Z_a}{\partial q}q \\ &\quad + \frac{1}{sq'}\frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e}\delta_e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_y}{sq'c}\dot{q} &= \frac{U_0}{sq'c}\frac{\partial M_a}{\partial u}\frac{1}{U_0}u + \frac{1}{sq'c}\frac{\partial M_a}{\partial \alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'c}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial M_a}{\partial \dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{c}{2U_0}\frac{1}{sq'c}\frac{2U_0}{c}\frac{\partial M_a}{\partial q}q \\ &\quad + \frac{1}{sq'c}\frac{\partial M_a}{\partial \delta_e}\delta_e \end{aligned} \quad (4.28)$$

Dimisalkan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
C_{xu} &= \frac{U_0}{sq'} \frac{\partial X_a}{\partial u} & C_{zu} &= \frac{U_0}{sq'} \frac{\partial Z_a}{\partial u} & C_{mu} &= \frac{U_0}{sq'c} \frac{\partial M_a}{\partial u} \\
C_{x\alpha} &= \frac{1}{sq'} \frac{\partial X_a}{\partial \alpha} & C_{z\alpha} &= \frac{1}{sq'} \frac{\partial Z_a}{\partial \alpha} & C_{m\alpha} &= \frac{1}{sq'c} \frac{\partial M_a}{\partial \alpha} \\
C_{xq} &= \frac{1}{sq'} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial X_a}{\partial q} & C_{zq} &= \frac{1}{sq'} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial Z_a}{\partial q} & C_{mq} &= \frac{1}{sq'c} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial M_a}{\partial q} \\
C_{x\delta_e} &= \frac{1}{sq'} \frac{\partial X_a}{\partial \delta_e} & C_{z\delta_e} &= \frac{1}{sq'} \frac{\partial Z_a}{\partial \delta_e} & C_{m\delta_e} &= \frac{1}{sq'c} \frac{\partial M_a}{\partial \delta_e} \\
C_{x\dot{\alpha}} &= \frac{1}{sq'} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial X_a}{\partial \dot{\alpha}} & C_{z\dot{\alpha}} &= \frac{1}{sq'} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial Z_a}{\partial \dot{\alpha}} & C_{m\dot{\alpha}} &= \frac{1}{sq'c} \frac{2U_0}{c} \frac{\partial M_a}{\partial \dot{\alpha}} \\
C_w &= -\frac{mg}{sq'}
\end{aligned}$$

sehingga Persamaan (4.28) menjadi

$$\begin{aligned}
\frac{m}{sq'} \dot{u} - C_w(\cos \Theta_0)\theta &= \frac{1}{U_0} C_{xu}u + C_{x\alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0} C_{x\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \\
&\quad \frac{c}{2U_0} C_{xq}q + C_{x\delta_e}\delta_e \\
\frac{mU_0}{sq'} \dot{\alpha} - \frac{mU_0}{sq'} q - C_w(\sin \Theta_0)\theta &= \frac{1}{U_0} C_{zu}u + C_{z\alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}\dot{\alpha} \\
&\quad + \frac{c}{2U_0} C_{zq}q + C_{z\delta_e}\delta_e \\
\frac{I_y}{sq'c} \dot{q} &= \frac{1}{U_0} C_{mu}u + C_{m\alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0} C_{m\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{c}{2U_0} C_{mq}q + \\
&\quad C_{m\delta_e}\delta_e
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Persamaan (4.29) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\dot{u} &= \frac{sq'}{m} \left(\frac{1}{U_0} C_{xu}u + C_{x\alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0} C_{x\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + C_w(\cos \Theta_0)\theta + \right. \\
&\quad \left. \frac{c}{2U_0} C_{xq}q + C_{x\delta_e}\delta_e \right)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0}C_{z\dot{\alpha}}} \left(\frac{1}{U_0}C_{zu}u + C_{z\alpha}\alpha + C_w(\sin \Theta_0)\theta + \left(\frac{mU_0}{sq'} + \frac{c}{2U_0}C_{zq} \right) q + C_{z\delta_e}\delta_e \right) \quad (4.31)$$

$$\dot{q} = \frac{sq'c}{I_y} \left(\frac{1}{U_0}C_{mu}u + C_{m\alpha}\alpha + \frac{c}{2U_0}C_{m\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + \frac{c}{2U_0}C_{mq}q + C_{m\delta_e}\delta_e \right) \quad (4.32)$$

Selanjutnya dilakukan substitusi Persamaan (4.31) ke Persamaan (4.30) dan (4.32). Substitusi persamaan(4.23) ke Persamaan (4.22) dan ditulis kembali Persamaan (4.21) maka diperoleh persamaan linier gerak pesawat yang akan digunakan untuk membangun persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat, sebagai berikut

$$\dot{u} = x_u u + x_\alpha \alpha + x_\theta \theta + x_q q + x_{\delta_e} \delta_e \quad (4.33)$$

$$\dot{\alpha} = z_u u + z_\alpha \alpha + z_\theta \theta + z_q q + z_{\delta_e} \delta_e \quad (4.34)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (4.35)$$

$$\dot{q} = m_u u + m_\alpha \alpha + m_\theta \theta + m_q q + z_{\delta_e} \delta_e \quad (4.36)$$

$$\dot{h} = \sin(\Theta_0) u - U_0 \cos(\Theta_0) \alpha + U_0 \cos(\Theta_0) \theta \quad (4.37)$$

dengan :

$$x_u = \frac{sq'}{mU_0} \left(C_{xu} + \frac{C_{x\dot{\alpha}}C_{zu}c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$x_\alpha = \frac{sq'}{m} \left(C_{x\alpha} + \frac{C_{x\dot{\alpha}}C_{z\alpha}c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$x_\theta = \frac{sq'}{m} \left(C_w \cos \Theta_0 + \frac{C_{x\dot{\alpha}}C_w(\sin \Theta_0)c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$x_q = \frac{sq'}{m} \left(\frac{c}{2U_0} C_{xq} + \frac{C_{x\dot{\alpha}} \left(\frac{mU_0}{sq'} + \frac{c}{2U_0} C_{zq} \right) c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$x_{\delta e} = \frac{sq'}{m} \left(C_{x\delta e} + \frac{C_{x\dot{\alpha}} C_{z\delta e} c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$m_u = \frac{sq'c}{I_y U_0} \left(C_{mu} + \frac{C_{m\dot{\alpha}} C_{zu} c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$m_\alpha = \frac{sq'c}{I_y} \left(C_{m\alpha} + \frac{C_{m\dot{\alpha}} C_{z\alpha} c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$m_\theta = \frac{sq'c}{I_y} \left(\frac{C_{m\dot{\alpha}} C_w (\sin \Theta_0) c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$m_q = \frac{sq'c}{I_y} \left(\frac{c}{2U_0} C_{mq} + \frac{C_{m\dot{\alpha}} \left(\frac{mU_0}{sq'} + \frac{c}{2U_0} C_{zq} \right) c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$m_{\delta e} = \frac{sq'c}{I_y} \left(C_{m\delta e} + \frac{C_{m\dot{\alpha}} C_{z\delta e} c}{\frac{2mU_0^2}{sq'} - C_{z\dot{\alpha}}c} \right)$$

$$z_u = \frac{\frac{1}{U_0} C_{zu}}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}}$$

$$z_\alpha = \frac{C_{z\alpha}}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}}$$

$$z_\theta = \frac{C_w (\sin \Theta_0)}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}}$$

$$z_q = \frac{1}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}} \left(\frac{mU_0}{sq'} + \frac{cC_{zq}}{2U_0} \right)$$

$$z_{\delta_e} = \frac{C_{z\delta_e}}{\frac{mU_0}{sq'} - \frac{c}{2U_0} C_{z\dot{\alpha}}}$$

Persamaan (4.33) - (4.37) merupakan persamaan yang linier dengan variabel keadaan terdiri atas kecepatan linier searah sumbu x (u), sudut serang (α), laju sudut *pitch* (q), sudut *pitch* (θ), dan ketinggian (h). *Input* dari sistem berupa defleksi *elevator* (δ_e).

4.2 Model Matematika Ketinggian Terbang LSU-05

Pada sub bab ini akan dibentuk Model matematika ketinggian terbang pesawat LSU-05. Model ini diperoleh dengan melakukan aproksimasi *short period* terhadap persamaan gerak longitudinal pesawat untuk menyederhanakan model. Selanjutnya persamaan hasil aproksimasi digabungkan dengan persamaan perubahan ketinggian yang telah didapatkan sebelumnya pada Persamaan (4.37).

4.2.1 Persamaan Keadaan Gerak Longitudinal

Gerak longitudinal merupakan komposisi dari gaya-gaya terhadap sumbu-x, sumbu-z, dan momen *pitching*. Persamaan linier gerak longitudinal direpresentasikan oleh Persamaan (4.33) - (4.36). Jika ditulis dalam persamaan ruang keadaan $\dot{x}_{Long}(t) = A_{Long}x_{Long}(t) + B_{Long}u_{Long}(t)$, dimana A_{Long} merupakan matriks keadaan dan B_{Long} merupakan matriks *input*, maka persamaan keadaan gerak longitudinal adalah:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_u & x_\alpha & x_q & x_\theta \\ z_u & z_\alpha & z_q & z_\theta \\ m_u & m_\alpha & m_q & m_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.38)$$

dengan

$$A_{Long} = \begin{bmatrix} x_u & x_\alpha & x_q & x_\theta \\ z_u & z_\alpha & z_q & z_\theta \\ m_u & m_\alpha & m_q & m_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$B_{long} = \begin{bmatrix} x_{\delta_e} \\ z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Variabel keadaan persamaan keadaan gerak longitudinal terdiri atas kecepatan linier searah sumbu x (u), sudut serang (α), laju sudut *pitch* (q), sudut *pitch* (θ). *Input* dari sistem berupa defleksi *elevator* (δ_e).

Nilai parameter pesawat tanpa awak LSU-05 ditunjukkan pada Tabel 4.1:

Tabel 4.1: Nilai Parameter LSU-05[5]

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
U_0	27,78 m/s	I_y	11,278 kg.m ²
Θ_0	-0,0175 rad	g	9,8 m/s
ρ	0,6601 kg/m ³	c	0,612 m
s	3,32 m ²	m	7,7346 kg
C_{xu}	-0,214	C_{mu}	0
C_{xq}	0	C_{mq}	-11,229
$C_{x\alpha}$	0,441	$C_{m\alpha}$	-2,1755
$C_{x\dot{\alpha}}$	0	$C_{m\dot{\alpha}}$	-4,1543
$C_{x\delta_e}$	0	$C_{m\delta_e}$	-0,71
C_{zu}	-1,59	C_{zq}	-2
$C_{z\alpha}$	-5,8177	$C_{z\dot{\alpha}}$	-1
$C_{z\delta_e}$	-0,246		

Selanjutnya dengan melakukan substitusi data-data nilai parameter pesawat tanpa awak LSU-05 pada Tabel 4.1 ke Persamaan (4.39) dan (4.40) maka diperoleh nilai matriks A_{Long} dan B_{Long} sebagai berikut:

$$A_{Long} = \begin{bmatrix} -0,8422 & 48,2151 & 0 & -9,7985 \\ -0,2159 & -21,9449 & 0,8754 & 0,0059 \\ 0,4534 & -53,7489 & -7,514 & -0,0124 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

$$B_{Long} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,9279 \\ -30,6321 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Karakteristik-karakteristik sistem dapat dianalisis dari matriks keadaan pada Persamaan (4.41) dengan mencari nilai eigen sistem menggunakan rumus berikut:

$$|\lambda I - A_{Long}| = 0$$

Dengan menggunakan bantuan piranti MATLAB, diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -14,658 + 1,5704i \quad (4.43)$$

$$\lambda_2 = -14,658 - 1,5704i \quad (4.44)$$

$$\lambda_3 = -0,4925 + 0,8553i \quad (4.45)$$

$$\lambda_4 = -0,4925 - 0,8553i \quad (4.46)$$

Dengan menggunakan rumus Persamaan (2.43) dan (2.44), dapat diketahui untuk pasangan nilai eigen Persamaan (4.43) dan Persamaan (4.44) mempunyai karakteristik berupa damping rasio sebesar 0,9943 dan natural frekuensi sebesar 14,7419 rad/s. Sedangkan damping rasio dan

natural frekuensi pasangan nilai eigen Persamaan (4.45) dan Persamaan (4.46) yaitu 0,499 dan 0,987 rad/s. Pasangan nilai eigen Persamaan (4.43) mempunyai nilai damping rasio dan natural frekuensi yang lebih besar. Sehingga pasangan nilai eigen Persamaan (4.43) berkaitan dengan mode *short period* dan pasangan nilai eigen Persamaan (4.45) berkaitan dengan mode *phugoid*.

Karakteristik-karakteristik untuk mode *short period* dapat diperoleh menggunakan rumus (2.43) - (2.47) dengan hasil yang disajikan pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2: Karakteristik Mode *Short Period*

ω_{sp}	ζ_{sp}	T	$t_{1/2}$	$N_{1/2}$
14,7419 rad/s	0,9943	0,4262 s	0,0473 s	0,1109

4.2.2 Aproksimasi *Short Period*

Aproksimasi *short period* merupakan pendekatan terhadap gerak longitudinal untuk mendapatkan persamaan gerak yang lebih sederhana dengan memperhatikan mode *short period*. Dalam mode *short period* variabel yang dominan adalah q dan α sehingga dapat diasumsikan $u = 0$. Persamaan gaya X dapat diabaikan, karena tidak terlalu menyebabkan osilasi *short period* dan gaya ke arah sumbu-x sangat mempengaruhi perubahan kecepatan ke depan [21]. Dengan asumsi tersebut Persamaan (4.38) menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & z_q & z_{\theta} \\ m_{\alpha} & m_q & m_{\theta} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.47)$$

Selanjutnya diasumsikan perubahan pada θ tidak mempengaruhi perubahan α dan q , sehingga dapat diasumsikan $\Theta_0 = 0$. $C_{z\dot{\alpha}}$ dan $C_{m\dot{\alpha}}$ diabaikan karena secara

eksperimen nilainya sulit ditentukan sehingga menimbulkan ketidakpastian[22]. Dengan demikian Persamaan (4.47) menjadi

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & z_q & 0 \\ m_{\alpha} & m_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.48)$$

dengan :

$$z_{\alpha} = \frac{sq' C_{z\alpha}}{mU_0} \quad z_q = 1 + \frac{sq' c C_{zq}}{2mU_0^2} \quad z_{\delta_e} = \frac{sq' C_{z\delta_e}}{mU_0}$$

$$m_{\alpha} = \frac{sq' c C_{m\alpha}}{I_y} \quad m_q = \frac{sq' c^2 C_{mq}}{2U_0 I_y} \quad m_{\delta_e} = \frac{sq' c C_{m\delta_e}}{I_y}$$

Persamaan (4.48) dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & z_q \\ m_{\alpha} & m_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.49)$$

Berdasarkan nilai parameter-parameter LSU-05 pada Tabel 4.1, Persamaan (4.49) menjadi:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22,8962 & 0,9133 \\ -99,8299 & -5,6759 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,9682 \\ -32,5807 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.50)$$

Nilai eigen dari sistem pada Persamaan (4.50) adalah :

$$\lambda_1 = -14,2860 + 4,1279 i$$

$$\lambda_2 = -14,2860 - 4,1279 i$$

Berdasarkan nilai eigen, dapat diketahui karakteristik-karakteristik sebagai berikut:

Tabel 4.3: Karakteristik Sistem Aproksimasi *Short Period*

ω_n	ζ	T	$t_{1/2}$	$N_{1/2}$
14,8704 rad/s	0,9607	0,4225 s	0,0485 s	0,1148

Berdasarkan Tabel 4.3 karakteristik-karakteristik sistem aproksimasi *short period* mendekati nilai karakteristik-karakteristik sistem mode *short period* yang terdapat pada Tabel 4.2 dengan perbedaan nilai yang kecil. Sehingga sistem hasil aproksimasi dapat dianggap merepresentasikan persamaan gerak longitudinal pesawat dan sistem ini akan dipakai untuk membangun persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat LSU-05.

4.2.3 Persamaan Keadaan Ketinggian Terbang LSU-05

Pada subbab 4.1 telah diperoleh persamaan linier perubahan ketinggian terbang pesawat yaitu pada Persamaan (4.37). Persamaan (4.37) akan digabungkan dengan persamaan aproksimasi *short period* yaitu Persamaan (4.48) untuk menghasilkan persamaan keadaan ketinggian terbang. Variabel keadaan Persamaan (4.48) adalah α , q , dan θ . Sedangkan persamaan perubahan ketinggian dipengaruhi oleh variabel keadaan u , α , dan θ . Untuk dapat menggabungkan kedua persamaan tersebut, dapat diasumsikan $\Theta_0 = 0$ karena nilai Θ_0 sangat kecil mendekati nol. Sehingga dengan $\Theta_0 = 0$ Persamaan (4.37) menjadi

$$\dot{h} = -U_0 \alpha + U_0 \theta \quad (4.51)$$

Terlihat bahwa Persamaan (4.51) hanya dipengaruhi oleh α dan θ , sehingga Persamaan (4.51) dapat digabungkan dengan persamaan aproksimasi *short period* pada Persamaan (4.48). Maka diperoleh persamaan yang akan dipakai untuk kendali ketinggian terbang pesawat dalam bentuk persamaan keadaan

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{\alpha} & z_q & 0 & 0 \\ m_{\alpha} & m_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -U_0 & 0 & U_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{\delta_e} \\ m_{\delta_e} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.52)$$

Berdasarkan data-data nilai parameter pesawat tanpa awak LSU-05, diperoleh persamaan keadaan ketinggian terbang pesawat LSU-05 sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -22,8962 & 0,9133 & 0 & 0 \\ -99,8299 & -5,6759 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -27,78 & 0 & 27,78 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,9682 \\ -32,5807 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e \quad (4.53)$$

Dalam menganalisa gerakan pesawat, *output* yang diharapkan ada empat, yaitu α , q , θ , dan h . *Output* sistem direpresentasikan dalam bentuk $y(t) = Cx(t)$ sebagai berikut

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

4.3 Uji Keterkontrolan

Sebelum merancang sebuah pengendali, sistem harus diketahui terlebih dahulu keterkontrolannya. Keterkontrolan mempunyai peran penting dalam perancangan pengendali, uji keterkontrolan ini menentukan bisa tidaknya dilanjutkan perancangan sistem kendali.

Matriks ketekontrolan diberikan oleh persamaan berikut

$$M_c = [\begin{array}{cccc} B & AB & A^2B & A^3B \end{array}]$$

Sehingga diperoleh matriks keterkontrolan yaitu

$$M_c = \begin{bmatrix} -0,9682 & -7,5886 & 430,9127 & -10633,9899 \\ -32,5807 & 281,5748 & -840,6061 & -38246,8174 \\ 0 & -32,5807 & 2815,7478 & -840,6061 \\ 0 & 26,8955 & -694,2784 & -4148,6079 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan piranti MATLAB, diperoleh nilai rank atas matriks M_c sebanyak 4. Karena rank matriks M_c sama dengan dimensi sistem Persamaan (4.53), maka sistem Persamaan (4.53) terkontrol.

4.4 Sistem Transisi Persamaan Keadaan Ketinggian Terbang LSU-05

Persamaan keadaan ketinggian terbang LSU-05 yaitu pada Persamaan (4.53) dengan *output* Persamaan (4.54). Sistem tersebut merupakan sistem tak berhingga yang mempunyai *state* tak berhingga, *input* tak berhingga, dan waktu yang kontinu. Dalam desain kendali dengan abstraksi, sistem yang akan dikontrol adalah sistem dalam bentuk sistem transisi yang mempunyai *state* tak berhingga, *input* tak berhingga, dan waktu yang diskrit. Sehingga untuk melakukan kendali ketinggian terbang LSU-05 dengan menggunakan metode abstraksi, perlu mengubah sistem menjadi sistem transisi dengan melakukan diskritisasi waktu terhadap persamaan keadaan ketinggian terbang LSU-05.

Persamaan (4.53) dapat ditulis dalam bentuk sistem kontrol linier $\Sigma = (\mathbb{R}^4, \cup, \mathcal{U}, A, B)$ yang terdiri dari :

- *State space* \mathbb{R}^4 ;

- *Elevator* pesawat LSU-05 dapat didefleksikan sampai 30° atau 0,52 rad [8]. Sehingga *input space* $\cup = [-0.52, 0.52]$;
- Himpunan kurva *input* \mathcal{U} dengan elemen $u : [0, t] \rightarrow \cup$;
- Matrik A dan B yang mendeskripsikan sistem dinamik adalah

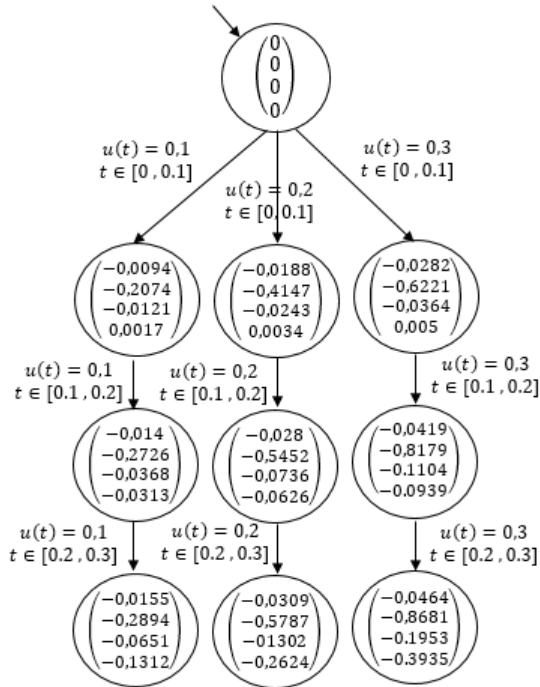
$$A = \begin{bmatrix} -22,8962 & 0,9133 & 0 & 0 \\ -99,8299 & -5,6759 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -27,78 & 0 & 27,78 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0,9682 \\ -32,5807 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan melakukan diskritisasi waktu terhadap persamaan keadaan ketinggian terbang LSU-05 dengan kuantisasi waktu $\tau \in \mathbb{R}^+$, diperoleh sistem transisi yaitu sistem $S_\tau(\Sigma) = (\mathbb{X}, \mathbb{X}_0, \mathbb{U}, \longrightarrow, \mathbb{Y}, \mathbb{H})$ dengan :

- $\mathbb{X} = \mathbb{R}^4$;
- $\mathbb{X}_0 = \mathbb{R}^4$;
- $\mathbb{U} = \mathcal{U}$;
- $x \xrightarrow{u} x'$ jika solusi ξ Persamaan (4.53) memenuhi $\xi_{xu}(\tau) = x'$ dengan $u \in \mathbb{U}$;
- $\mathbb{Y} = \mathbb{X}$;
- $\mathbb{H} = 1_{\mathbb{X}}$

Salah satu contoh bentuk sistem transisi dari persamaan keadaan ketinggian terbang LSU-05 dengan waktu $t = 0.3$ detik dan $\tau = 0.1$ adalah ditunjukkan pada Gambar 4.1 sebagai berikut :



Gambar 4.1: Contoh Sistem Transisi

4.5 Desain Kendali Abstraksi

Pada sub bab ini, akan dibahas terkait desain kendali metode abstraksi untuk kendali ketinggian terbang LSU-05. Sistem kendali dengan abstraksi merupakan suatu metode untuk mendesain kontrol suatu sistem, sehingga perilaku sistem *closed loop* akan memenuhi spesifikasi yang diinginkan. Metode ini terdiri dari beberapa tahapan diantaranya adalah

1. Mendesain sistem transisi konkret (state tak hingga, input tak hingga) kemudian menentukan sistem transisi abstrak (state berhingga, input berhingga) sedemikian hingga sistem transisi abstrak mensimulasikan sistem transisi konkret (abstraksi).
2. Mencari pengendali pada sistem abstrak sehingga dengan pengendali tersebut perilaku sistem abstrak memenuhi spesifikasi (kontrol *synthesis*).
3. Melakukan *refinement* terhadap pengendali yang diperoleh, sehingga akan diperoleh suatu pengendali yang apabila diterapkan pada sistem transisi mengakibatkan perilaku sistem transisi memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan (kontrol *refinement*).

Dalam melakukan tahapan-tahapan tersebut akan dibantu dengan software Pessoa. Namun sebelum dilakukan simulasi, perlu terlebih dahulu dilakukan perancangan sistem abstrak dan perancangan spesifikasi.

4.5.1 Perancangan Sistem Abstrak

Sistem transisi untuk kendali ketinggian terbang LSU-05 telah diperoleh dengan melakukan diskritisasi waktu terhadap Persamaan (4.53). Variabel *state* sistem adalah α , q , θ , dan h , sedangkan variabel *input* adalah δ_e . Sistem tersebut adalah sistem yang masih tak berhingga karena mempunyai *state* tak berhingga dan *input* tak berhingga, dengan himpunan statenya $\mathbb{X} = \mathbb{R}^4$ dan *input space* $\cup = [0.52, 0.52]$.

Sistem abstrak adalah sistem dengan *state* dan *input* berhingga serta mempunyai waktu yang diskrit. Dalam membangun sistem abstrak dari sistem transisi perlu dirancang beberapa hal diantaranya adalah relasi antara sistem transisi dengan sistem abstrak, himpunan *state* dan *input space* sistem abstrak serta parameter abstraksi, yang

selanjutnya proses abstraksi akan dilakukan dengan bantuan *software* Pessoa.

Relasi

Dalam mendesain sistem abstrak dari sistem transisi dibutuhkan suatu relasi antar kedua sistem tersebut. Relasi ini yang akan menjamin bahwa apabila terdapat suatu pengendali untuk sistem abstrak agar perilaku sistem abstrak memenuhi spesifikasi, maka ada juga pengendali untuk sistem transisi agar perilaku sistem transisi memenuhi spesifikasi. Dalam Tugas Akhir ini digunakan ε -*approximate alternating bisimulation relation*.

Himpunan *state*

Himpunan *state* merupakan suatu himpunan dengan anggota-anggotanya merepresentasikan nilai-nilai dari variabel *state* sistem. Sistem abstrak mempunyai *state* berhingga yang artinya himpunan statenya mempunyai kardinalitas berhingga. Telah diketahui sebelumnya himpunan *state* sistem transisi adalah $\mathbb{X} = \mathbb{R}^4$ yang merupakan himpunan tak berhingga dan banyaknya variabel *state* sistem adalah empat. Sehingga dapat dibuat himpunan *state* sistem abstrak yaitu $\bar{\mathbb{X}} = [D]_\eta$,

$$[D]_\eta = \{x \in D \mid x_i = k_i\eta, \text{ untuk beberapa } k_i \in \mathbb{Z} \text{ dan } i = 1, 2, 3, 4\}$$

dengan $D \subset \mathbb{X}$, D himpunan kompak, dan η adalah parameter kuantisasi *state*.

Variabel *state* sistem adalah sudut serang (α), laju sudut *pitch* (q), sudut *pitch* (θ), dan ketinggian (h). Sehingga himpunan D adalah

$$D = D_\alpha \times D_q \times D_\theta \times D_h$$

dengan $D_{[\cdot]}$ adalah himpunan *state* variabel $[\cdot]$.

Himpunan *state* $[D]_\eta$ ditentukan dengan memperhatikan beberapa hal berikut :

1. Satuan untuk variabel α dan θ adalah radian, untuk variabel q satuannya adalah rad/s dan untuk h adalah meter.
2. Dalam dunia penerbangan, pada umumnya sudut kritis dari sudut yang terbentuk antara sumbu x *stability* (X_S) dan sumbu x badan pesawat (X_B) adalah 15° atau 0,2625 rad[23]. Sehingga maksimum sudut serang pesawat adalah 0,2625 rad. Apabila sudut serang melebihi sudut kritis maka akan menyebabkan pesawat kehilangan daya angkat sehingga dapat menyebabkan pesawat terjatuh.
3. Ketinggian operasional pesawat LSU-05 yaitu 3.000 meter diatas permukaan laut[8].
4. Nilai variabel *state* α , q , dan θ harus pada rentang nilai negatif sampai positif. Dengan nilai variabel *state* tersebut yang dapat positif maupun negatif maka gerak pesawat dapat naik atau turun.
5. Komputer yang digunakan untuk simulasi mempunyai memori RAM yang terbatas yaitu 4 GB. Sehingga banyaknya *state* sistem tidak bisa terlalu banyak. Apabila banyaknya *state* terlalu banyak maka ketika simulasi akan menyebabkan memori tidak cukup untuk menyimpan data.
6. Nilai η tidak boleh melebihi nilai maksimum dari D_α , D_q , D_θ , atau D_h karena akan menyebabkan ada variabel *state* yang selalu bernilai nol. Sehingga memungkinkan tidak dapat dirancang kendali.

Dengan memperhatikan hal-hal diatas dan dengan melakukan *trial and error*, diperoleh beberapa himpunan *state* untuk merancang sistem abstrak adalah sebagai berikut

1. Himpunan *state* sistem abstrak skenario 1
Himpunan *State* sistem abstrak skenario 1 untuk masing-masing variabel adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} D_\alpha &= [-0.01, 0.01] & D_q &= [-0.1, 0.1] \\ D_\theta &= [-0.01, 0.01] & D_h &= [3000, 3001] \end{aligned}$$

Sehingga himpunan *state* sistem abstrak adalah

$$D = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000, 3001]$$

dengan $\eta = 0,004$

2. Himpunan *state* sistem abstrak skenario 2
Himpunan *State* sistem abstrak skenario 2 untuk masing-masing variabel adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} D_\alpha &= [-0.01, 0.01] & D_q &= [-0.2, 0.2] \\ D_\theta &= [-0.01, 0.01] & D_h &= [3000, 3001] \end{aligned}$$

Sehingga himpunan *state* sistem abstrak adalah

$$D = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000, 3001]$$

dengan $\eta = 0,004$

Input Space

Input space merupakan himpunan yang merepresentasikan nilai-nilai variabel *input* sistem. Variabel *input* sistem adalah defleksi *elevator* (δ_e) atau besar sudut *elevator* pesawat yang satuannya adalah radian. Sistem abstrak mempunyai *input* yang berhingga, untuk membentuk *input* yang berhingga *input space* harus berhingga. Sehingga dapat dibuat *input space* sistem abstrak yaitu $\bar{\mathbb{U}} = [\mathbb{Q}]_\mu$, dengan

$$[\mathbb{Q}]_\mu = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = k\mu, \text{ untuk beberapa } k \in \mathbb{Z}\}$$

dan $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{U}$ dan μ adalah parameter kuantisasi *input space*.

Himpunan state $[Q]_\mu$ ditentukan dengan memperhatikan beberapa hal berikut :

1. *Elevator* pesawat LSU-05 dapat didefleksi sampai 30° atau 0,52 rad [8]. Sehingga 0,52 rad dan -0,52 rad adalah batas sudut *elevator* LSU-05.
2. Ketika sudut elevator positif menyebabkan sudut *pitch* negatif sehingga pesawat bergerak turun dan ketika sudut elevator negatif menyebabkan sudut *pitch* positif sehingga pesawat bergerak naik. Agar pesawat bisa dikendalikan untuk bergerak naik maupun turun maka *input space* \mathbb{Q} yang menyatakan besar sudut *elevator* harus pada rentang nilai negatif sampai nilai positif.
3. Komputer yang digunakan dalam simulasi mempunyai memori RAM yang terbatas yaitu 4 GB. Sehingga banyaknya anggota *input space* tidak bisa terlalu banyak. Apabila banyaknya anggota *input space* terlalu banyak maka input yang terbentuk juga banyak sehingga ketika simulasi akan menyebabkan memori tidak cukup untuk menyimpan data.
4. Nilai μ tidak boleh melebihi nilai maksimum dari \mathbb{Q} karena menyebabkan anggota *input space* sistem abstrak adalah hanya nol. Sehingga besar defleksi elevator pesawat hanya 0 rad sehingga tidak ada input yang diberikan pada sistem.

Dengan memperhatikan hal-hal diatas dan dengan melakukan *trial and error* maka *input space* sistem abstrak yang diperoleh untuk merancang sistem abstrak adalah sebagai berikut

1. *Input space* sistem abstrak skenario 1
Input space sistem abstrak skenario 1 adalah sebagai

berikut

$$\mathbb{Q} = [-0.04, 0.04]$$

dengan $\mu = 0,015$

2. *Input space* sistem abstrak skenario 2

Input space sistem abstrak skenario 2 adalah sebagai berikut

$$\mathbb{Q} = [-0.1, 0.1]$$

dengan $\mu = 0,05$

Parameter abstraksi

Parameter abstraksi diantaranya adalah η , μ , τ , dan ε . η adalah parameter kuantisasi *state*, μ parameter kuantisasi *input space*, τ parameter kuantisasi waktu, dan ε adalah ketelitian. Parameter abstraksi ditentukan dengan *trial and error*. Parameter abstraksi yang diperoleh dari melakukan *trial and error* adalah sebagai berikut

1. Parameter abstraksi sistem abstrak skenario 1

Parameter abstraksi sistem abstrak skenario 1 adalah sebagai berikut

$$\eta = 0,004, \mu = 0,015, \tau = 0,1, \varepsilon = 0,002$$

2. Parameter abstraksi sistem abstrak skenario 2

Parameter abstraksi sistem abstrak skenario 2 adalah sebagai berikut

$$\eta = 0,004, \mu = 0,05, \tau = 0,05, \varepsilon = 0,002$$

4.5.2 Perancangan Spesifikasi

Tujuan dilakukannya kendali adalah agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi yang diinginkan. Dalam hal ini yang diinginkan adalah respon ketinggian (h) berawal dari

ketinggian tertentu, akan mencapai target ketinggian yang diinginkan dan akan selalu berada dalam target ketinggian tersebut. Hal ini sesuai dengan spesifikasi *reach and stay*. Spesifikasi ini berarti lintasan atau solusi berawal dari kondisi awal yang telah ditentukan, akan mencapai target himpunan \mathcal{Z} dalam waktu yang terbatas dan tetap berada di \mathcal{Z} setelahnya. Karena variabel *state* sistem ada empat, himpunan target \mathcal{Z} dapat didefinisikan sebagai berikut

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_\alpha \times \mathcal{Z}_q \times \mathcal{Z}_\theta \times \mathcal{Z}_h$$

dengan $\mathcal{Z}_{[\cdot]}$ adalah himpunan target variabel *state* $[\cdot]$.

Berikut rancangan spesifikasi untuk skenario 1 dan skenario 2

Spesifikasi skenario 1

Spesifikasi skenario 1 adalah spesifikasi untuk rancangan sistem abstrak skenario 1. Spesifikasi ini yaitu *reach and stay* dengan beberapa himpunan target dan kondisi awal berikut:

1. Spesifikasi 1

Spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.25)$. Respon sistem yang diinginkan adalah ketinggian berawal dari 3000,25 m selanjutnya akan mencapai rentang nilai 3000,75 m sampai 3000,8 m dan selalu pada rentang tersebut, sedangkan untuk sudut serang, sudut pitch, dan laju sudut pitch yang diinginkan yaitu berawal dari 0 dan akan selalu bernilai sesuai dengan himpunan *statenya* yaitu D_α , D_θ , dan D_q . Sehingga himpunan target untuk masing-masing variabel adalah

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_\alpha &= [-0.01, 0.01] & \mathcal{Z}_q &= [-0.1, 0.1] \\ \mathcal{Z}_\theta &= [-0.01, 0.01] & \mathcal{Z}_h &= [3000.75, 3000.8] \end{aligned}$$

Dengan $\mathcal{Z}_\alpha = D_\alpha$, $\mathcal{Z}_q = D_q$, dan $\mathcal{Z}_\theta = D_\theta$. Diperoleh himpunan target \mathcal{Z} yaitu

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$$

2. Spesifikasi 2

Pada spesifikasi yang kedua, yang diinginkan adalah pesawat berawal dari posisi ketinggian yang lebih tinggi akan menuju ke posisi yang lebih rendah dan akan selalu pada target ketinggian tersebut. Sehingga dapat dimisalkan spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.8)$ dan himpunan target \mathcal{Z} adalah

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$$

Spesifikasi skenario 2

Spesifikasi skenario 2 adalah spesifikasi untuk rancangan sistem abstrak skenario 2. Spesifikasi ini yaitu *reach and stay* dengan beberapa himpunan target dan kondisi awal berikut:

1. Spesifikasi 1

Pada spesifikasi yang pertama, yang diinginkan adalah pesawat berawal dari posisi ketinggian yang lebih rendah akan menuju ke posisi yang lebih tinggi dan akan selalu pada target ketinggian tersebut. Sehingga spesifikasinya *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.25)$ dan himpunan target \mathcal{Z}

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$$

2. Spesifikasi 2

Pada spesifikasi yang kedua adalah *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.8)$ dan himpunan target \mathcal{Z}

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$$

4.6 Simulasi dengan Pessoa

Pada subbab ini akan dilakukan simulasi dari desain kendali abstraksi pada subbab 4.5. Simulasi dilakukan menggunakan software Pessoa yang dijalankan pada MATLAB. Dengan menggunakan Pessoa, akan dihasilkan suatu pengendali untuk sistem Persamaan (4.53) dan respon sistem setelah diterapkannya kendali akan memenuhi spesifikasi. Dalam mendesain kontrol tersebut Pessoa akan melakukan proses abstraksi berdasarkan rancangan sistem abstrak yang telah didesain sebelumnya, kemudian melakukan proses kontrol *synthesis* dengan spesifikasi yang telah ditentukan, dan kontrol *refinement* dengan simulink MATLAB. Simulasi menggunakan komputer dengan memori RAM 4 GB dan prosesor Intel Core i5.

Pada simulasi ini akan dilakukan dua skenario dengan mensimulasikan dua rancangan sistem abstrak dan dua rancangan spesifikasi yaitu skenario 1 dan skenario 2. Selanjutnya dari hasil simulasi akan dianalisis respon sistem dan pengendali yang diperoleh.

4.6.1 Simulasi Skenario 1

Dalam skenario 1, hasil rancangan sistem abstrak dan spesifikasi untuk dipakai dalam simulasi diantaranya adalah himpunan *state*

$$D = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000, 3001]$$

Input space $\mathbb{Q} = [-0.04, 0.04]$, parameter abstraksi $\eta = 0,004$, $\mu = 0,015$, $\tau = 0,1$, $\varepsilon = 0,002$, relasi yang digunakan

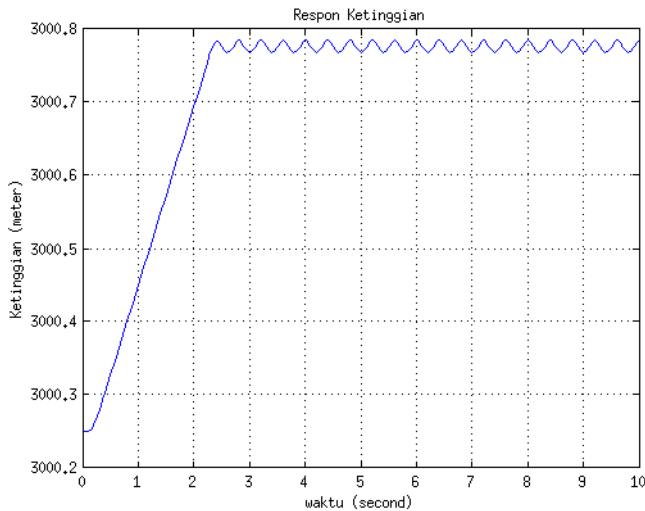
adalah ε -approximate alternating bisimulation relation, dan spesifikasi *reach and stay*.

Simulasi Spesifikasi 1

Simulasi yang pertama pada skenario 1 yaitu dengan spesifikasi 1 yaitu spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.25)$ dan himpunan target

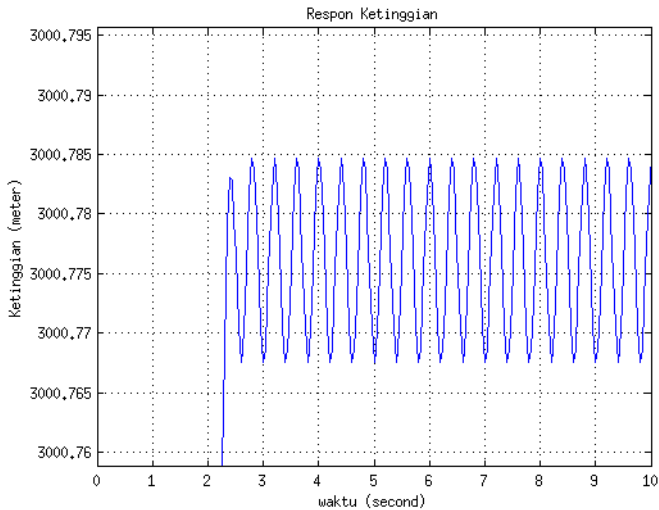
$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$$

Hasil simulasi yaitu, pada proses abstraksi banyaknya *state* dan *input* sistem abstrak yang terbentuk adalah 627.249 *state* dan 5 *input* dengan lama proses abstraksi adalah 16,930 detik. Sedangkan banyaknya *state* himpunan target yang terbentuk adalah 16.575 *state* dengan waktu proses yaitu selama 0,384 detik. Respon sistem setelah diterapkannya kendali, hasil dari simulasi ditunjukkan pada Gambar 4.2-Gambar 4.6.



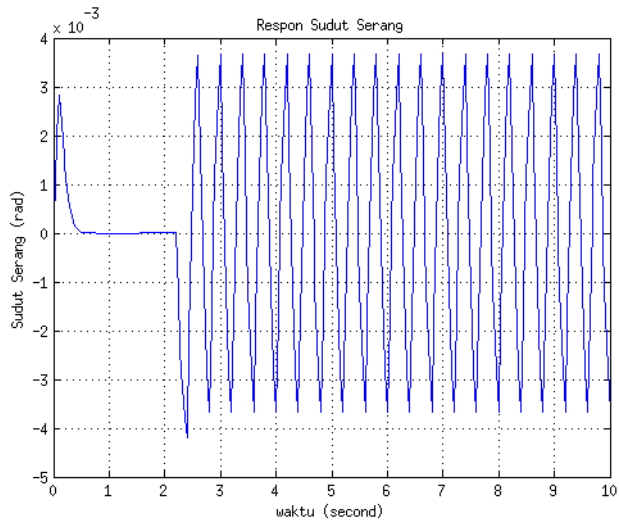
Gambar 4.2: Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 1

Gambar 4.2 adalah respon ketinggian pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan ketinggian awal pesawat adalah 3000,25 m kemudian ketinggian pesawat semakin bertambah sampai mencapai target ketinggian rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m dan kemudian ketinggian pesawat selalu pada rentang tersebut. Respon ketinggian pesawat lebih jelasnya ditunjukkan pada Gambar 4.3 berikut

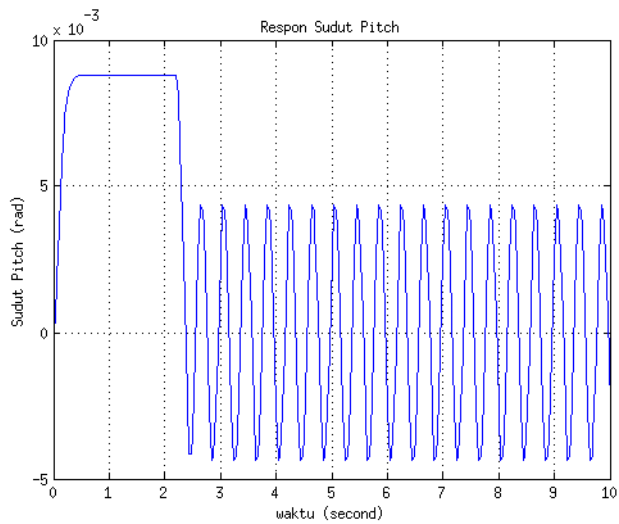


Gambar 4.3: Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 1

Dari Gambar 4.3 terlihat bahwa ketinggian pesawat mencapai target pada detik ke 2,25, setelah itu respon ketinggian berosilasi dengan nilai selalu tidak melebihi rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m. Sehingga respon ketinggian pesawat memenuhi spesifikasi. Rata-rata frekuensi osilasinya yaitu 2,5 kali osilasi tiap detik. Osilasi ketinggian pesawat tersebut menunjukkan pesawat bergerak naik turun dengan ketinggian selalu pada rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m.



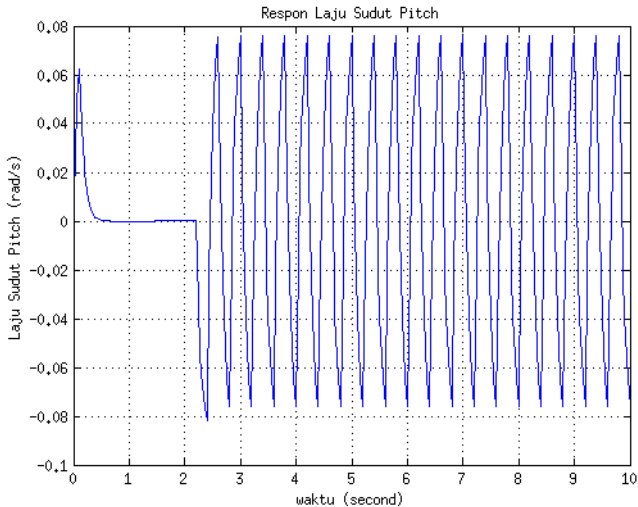
Gambar 4.4: Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 1



Gambar 4.5: Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 1

Gambar 4.4 adalah respon sudut serang pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut serang awal pesawat adalah 0 rad. Sudut serang mulai berosilasi dengan nilai selalu tidak melebihi $-0,005$ rad dan $0,004$ rad. Sehingga respon sudut serang selalu pada target yaitu rentang $-0,01$ rad sampai $0,01$ rad dan pasti tidak akan melebihi sudut kritis. Osilasi sudut serang ini terjadi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.

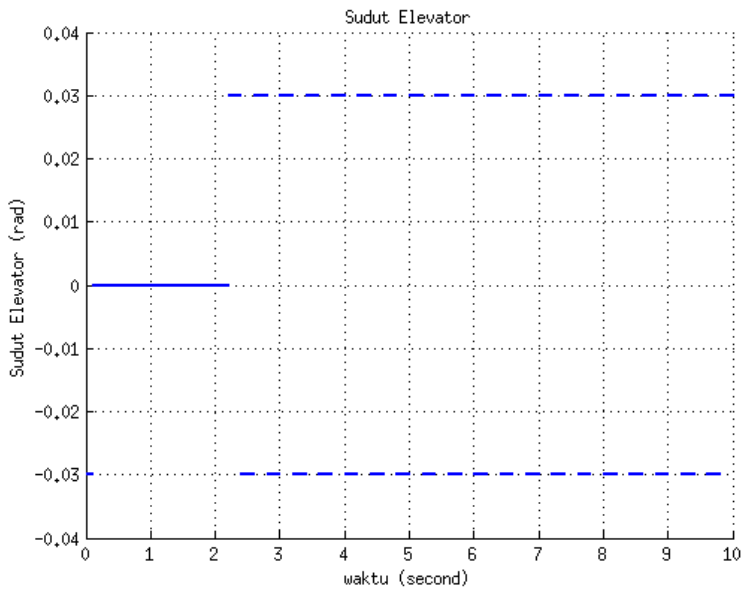
Gambar 4.5 adalah respon sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut *pitch* awal pesawat adalah 0 rad. Sudut *pitch* pada detik-detik awal mengalami perubahan dengan nilai yang tidak melebihi $0,01$ rad, kemudian berosilasi. Sehingga dapat dilihat bahwa respon sudut *pitch* selalu pada target yaitu rentang $-0,01$ rad sampai $0,01$ rad. Osilasi sudut *pitch* ini terjadi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.



Gambar 4.6: Respon Laju Sudut Pitch Pesawat Simulasi 1

Gambar 4.6 adalah respon laju sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan laju sudut *pitch* awal pesawat adalah 0 rad/s, kemudian laju sudut *pitch* selalu berada pada target yaitu rentang -0,1 rad/s sampai 0,1 rad/s. Laju sudut *pitch* mulai berosilasi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.

Pengendali yang dihasilkan dari simulasi dapat dilihat pada Gambar 4.7 sebagai berikut:



Gambar 4.7: Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 1

Gambar 4.7 adalah pengendali yang dihasilkan agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Gambar 4.7 menunjukkan besar sudut elevator pesawat terhadap waktu. Dari Gambar 4.7 terlihat ketika waktu 0 sampai 0,1 detik sudut elevator pesawat yaitu -0,03 rad, kemudian sudut

elevator pesawat konstan pada 0 rad. Mulai detik 2,2 besar sudut elevator pesawat adalah 0,03 rad selama 0,2 detik kemudian bernilai -0,03 rad selama 0,2 detik, selanjutnya kembali bernilai 0,03 rad selama 0,2 detik dan seterusnya selalu bergantian antara -0,03 rad dan 0,03 rad. *Input space* yang digunakan dalam simulasi ini adalah $[\mathbb{Q}]_\mu$ dengan $\mathbb{Q} = [-0.04, 0.04]$ dan $\mu = 0,015$, sehingga -0,03 adalah nilai minimum sudut elevator dan 0,03 adalah nilai maksimum sudut elevator yang digunakan untuk mengendalikan pesawat. Perubahan sudut elevator mulai detik 0 sampai detik 2,25 mengakibatkan pesawat naik sehingga ketinggiannya bertambah. Sedangkan perubahan sudut elevator pada detik selanjutnya untuk mempertahankan ketinggian pesawat agar selalu pada target. Dari Gambar 4.7 dapat dilihat juga bahwa sudut *elevator* tidak akan melampaui batas sudut *elevator* pesawat.

Sesuai dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa dengan pengendali yang dihasilkan, respon sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Sehingga dengan pengendali tersebut dapat menggerakkan pesawat dari ketinggian 3000,25 m untuk mencapai rentang ketinggian 3000,75 m sampai 3000,8 m dan pesawat akan selalu pada ketinggian rentang tersebut.

Simulasi Spesifikasi 2

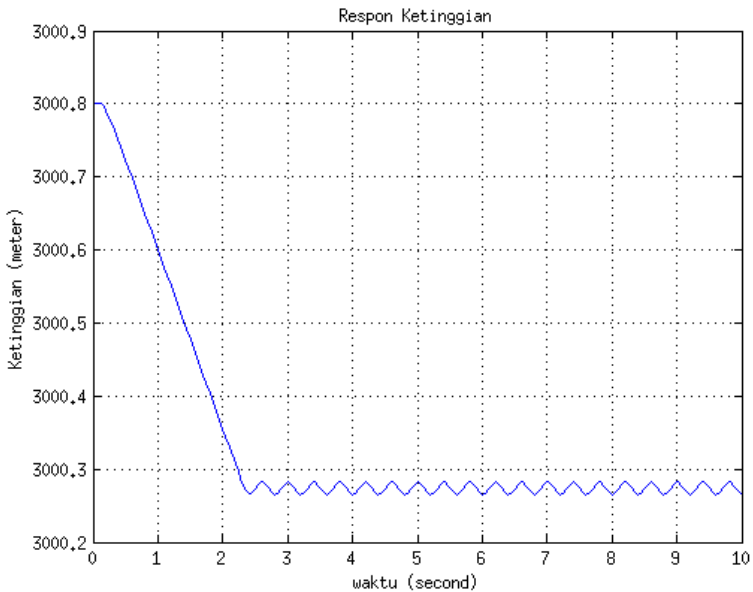
Simulasi yang kedua pada skenario 1 yaitu dengan spesifikasi 2 yaitu spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.8)$ dan himpunan target

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$$

Hasil simulasi yaitu, pada proses abstraksi banyaknya *state* dan *input* sistem abstrak yang terbentuk adalah 627.249 *state* dan 5 *input* dengan lama proses abstraksi 17,004 detik.

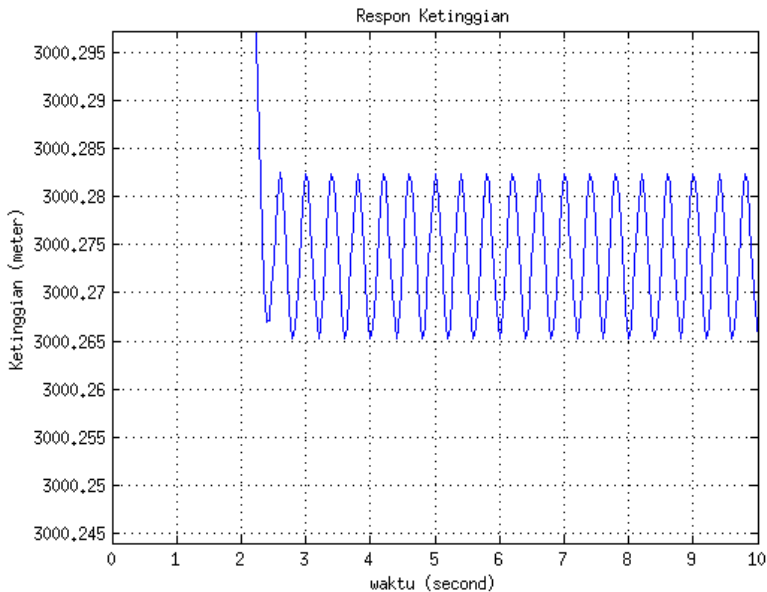
Sedangkan banyaknya *state* himpunan target yang terbentuk adalah 16.575 *state* dengan waktu proses 0,393 detik.

Respon sistem setelah adanya pengendalian ditunjukkan pada Gambar 4.8-Gambar 4.12.



Gambar 4.8: Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 2

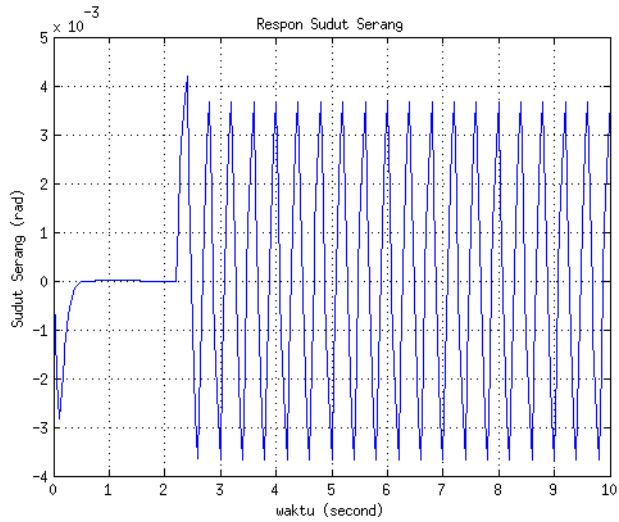
Gambar 4.8 adalah respon ketinggian pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan ketinggian awal pesawat adalah 3000,8 m kemudian ketinggian pesawat mencapai target ketinggian rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m dan kemudian ketinggian pesawat selalu pada rentang tersebut. Respon ketinggian pesawat lebih jelasnya ditunjukkan pada Gambar 4.9.



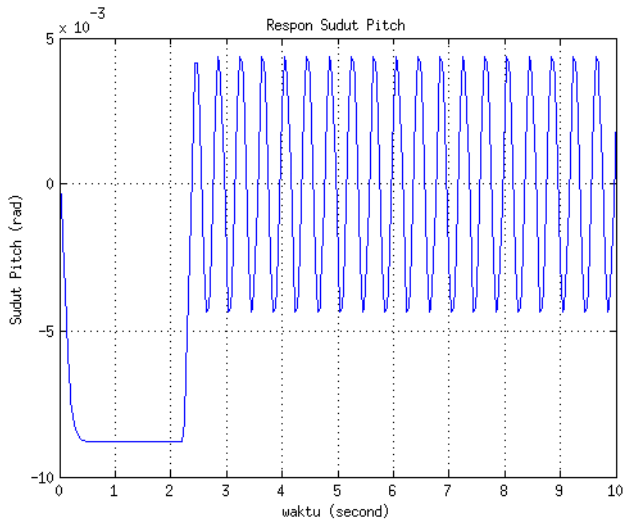
Gambar 4.9: Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 2

Dari Gambar 4.9 terlihat bahwa ketinggian pesawat mencapai target pada detik ke 2,3, setelah itu respon ketinggian berosilasi dengan nilai selalu berada pada rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m. Sehingga respon ketinggian pesawat memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan. Rata-rata frekuensi osilasinya yaitu 2,5 kali osilasi tiap detik. Osilasi ketinggian pesawat tersebut menunjukkan pesawat bergerak naik turun dengan ketinggian selalu pada rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m.

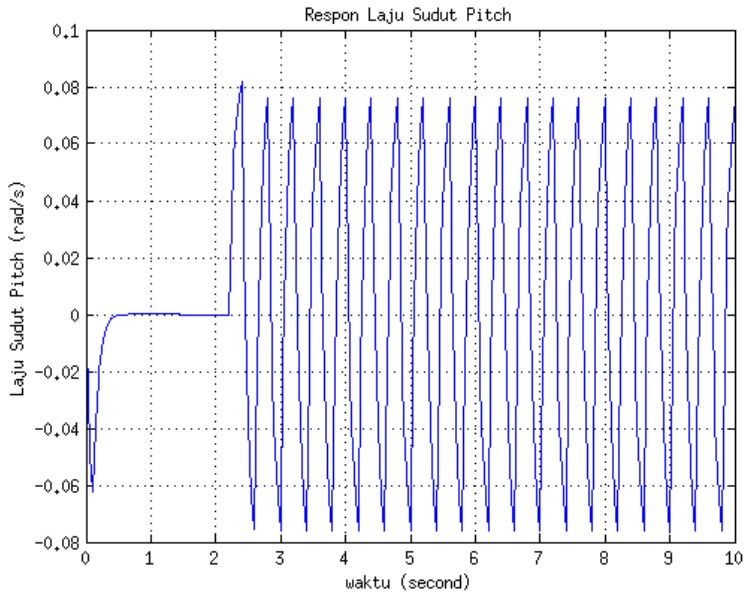
Respon sudut *pitch*, laju sudut *pitch*, dan sudut serang pesawat setelah dilakukan kendali dapat dilihat pada Gambar 4.10 - Gambar 4.12.



Gambar 4.10: Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 2



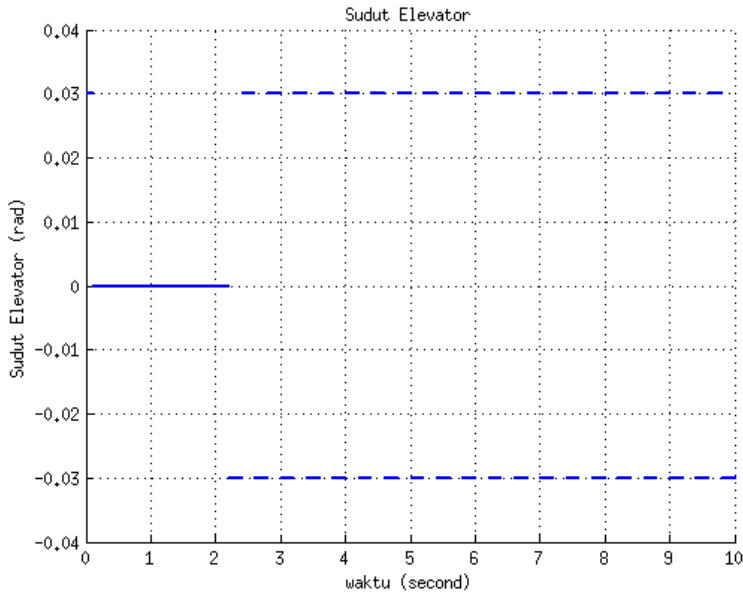
Gambar 4.11: Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 2



Gambar 4.12: Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 2

Gambar 4.10 adalah respon sudut serang, Gambar 4.11 adalah respon sudut *pitch*, dan Gambar 4.12 adalah respon laju sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut serang, sudut *pitch*, dan laju sudut *pitch* awal pesawat adalah 0. Kemudian sudut serang, sudut *pitch* selalu berada pada rentang $-0,01$ rad sampai $0,01$ rad. Sedangkan laju sudut *pitch* selalu pada rentang $-0,1$ rad/s sampai $0,1$ rad/s. Sehingga sudut serang, sudut *pitch*, dan laju sudut *pitch* memenuhi spesifikasi. Gambar 4.10 - Gambar 4.12 terlihat juga bahwa sudut serang, sudut *pitch*, dan laju sudut *pitch* pesawat mulai beresilasi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.

Pengendali yang dihasilkan dari simulasi dapat dilihat pada Gambar 4.13 sebagai berikut:



Gambar 4.13: Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 2

Gambar 4.13 adalah pengendali yang dihasilkan agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Gambar 4.13 menunjukkan besar sudut elevator pesawat terhadap waktu. Dari Gambar 4.13 terlihat ketika waktu 0 sampai 0,1 detik sudut elevator pesawat yaitu 0,03 rad, kemudian sudut elevator pesawat konstan pada 0 rad. Mulai detik 2,2 besar sudut elevator pesawat adalah -0,03 rad selama 0,2 detik kemudian bernilai 0,03 rad selama 0,2 detik, selanjutnya kembali bernilai -0,03 rad selama 0,2 detik dan seterusnya selalu bergantian antara 0,03 rad dan -0,03 rad. *Input space* yang digunakan dalam simulasi ini adalah $[Q]_{\mu}$ dengan $Q = [-0.04, 0.04]$ dan $\mu = 0,015$, sehingga -0,03 adalah nilai minimum sudut elevator dan 0,03 adalah nilai maksimum

sudut elevator yang digunakan untuk mengendalikan pesawat. Perubahan sudut elevator mulai detik 0 sampai detik 2,3 mengakibatkan pesawat turun sehingga ketinggiannya berkurang. Sedangkan perubahan sudut elevator pada detik selanjutnya untuk mempertahankan ketinggian pesawat agar selalu pada target. Dari Gambar 4.13 dapat dilihat juga bahwa sudut *elevator* tidak akan melampaui batas sudut *elevator* pesawat.

Sesuai dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa dengan pengendali yang diperoleh, respon sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Sehingga dengan pengendali tersebut dapat menggerakkan pesawat dari ketinggian 3000,8 m untuk mencapai rentang ketinggian 3000,25 m sampai 3000,3 m dan pesawat akan selalu pada ketinggian rentang tersebut.

4.6.2 Simulasi Skenario 2

Dalam skenario 2, hasil rancangan sistem abstrak dan spesifikasi untuk dipakai dalam simulasi diantaranya adalah himpunan *state*

$$D = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000, 3001]$$

Input space $\mathbb{Q} = [-0.1, 0.1]$, parameter abstraksi $\eta = 0,004$, $\mu = 0,05$, $\tau = 0,05$, $\varepsilon = 0,002$, relasi yang digunakan adalah ε -*approximate alternating bisimulation relation*, dan spesifikasi *reach and stay*.

Simulasi Spesifikasi 1

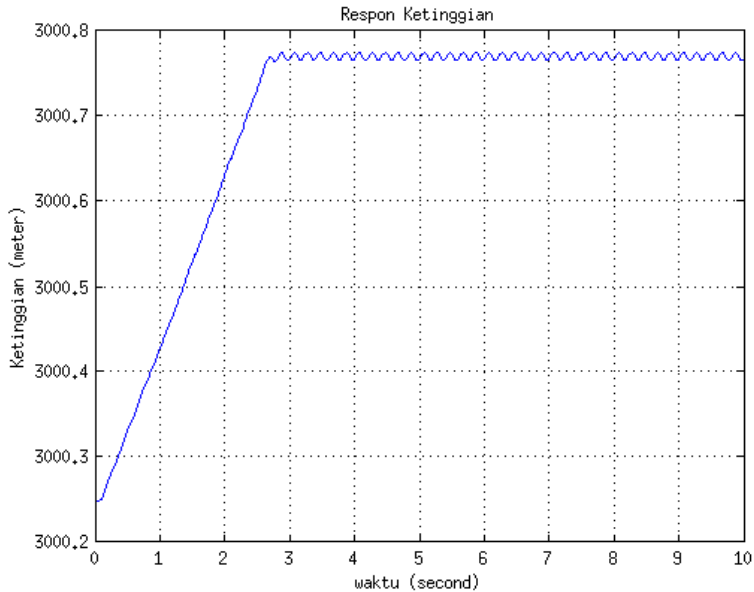
Simulasi yang pertama pada skenario 2 yaitu dengan spesifikasi 1 yaitu spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.25)$ dan himpunan target

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$$

Hasil simulasi yaitu, pada proses abstraksi banyaknya *state* dan *input* sistem abstrak yang terbentuk adalah 1.242.199

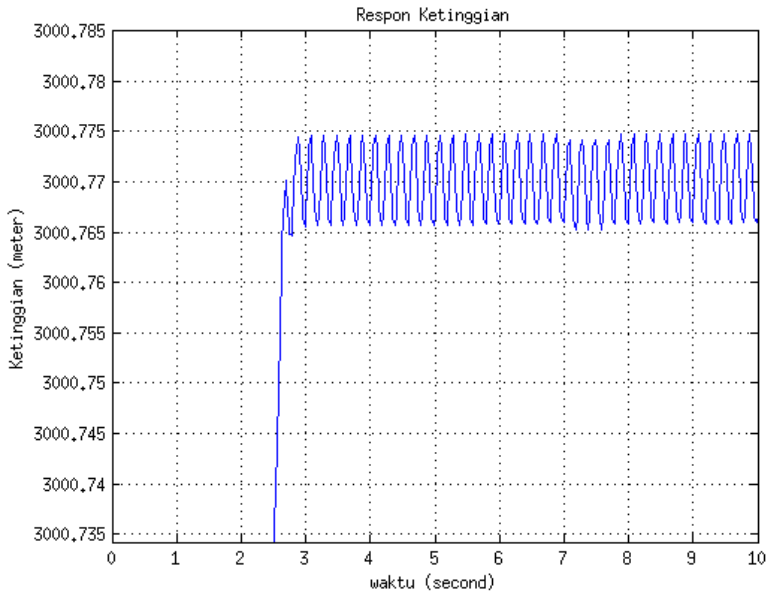
state dan 5 *input* dengan lama proses abstraksi 37,82 detik. Sedangkan banyaknya *state* himpunan target yang terbentuk adalah 32.825 *state* dengan waktu proses 0,714 detik.

Respon sistem setelah adanya pengendalian, hasil dari simulasi ditunjukkan pada Gambar 4.14 - Gambar 4.18.



Gambar 4.14: Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 3

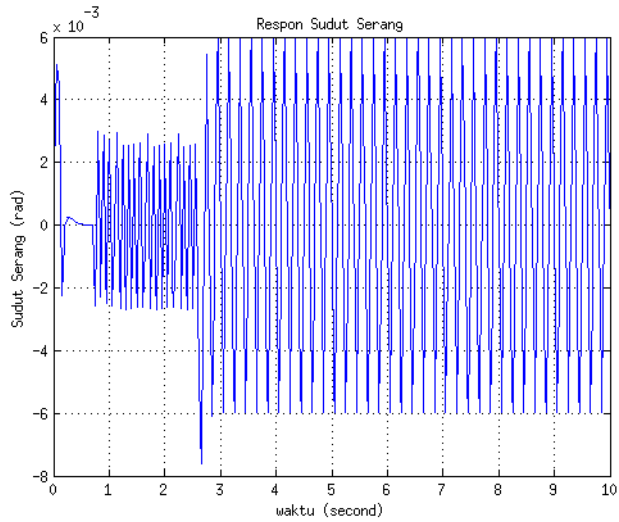
Gambar 4.14 adalah respon ketinggian pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan ketinggian awal pesawat adalah 3000,25 m kemudian ketinggian pesawat semakin bertambah sampai mencapai target ketinggian rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m dan kemudian ketinggian pesawat selalu pada rentang tersebut. Respon ketinggian pesawat lebih jelasnya ditunjukkan pada Gambar 4.15.



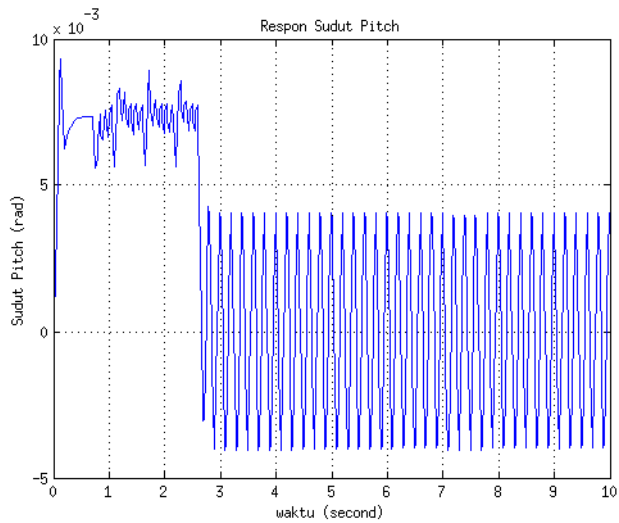
Gambar 4.15: Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 3

Dari Gambar 4.15 terlihat bahwa ketinggian pesawat mencapai target pada detik ke 2,59, setelah itu respon ketinggian berosilasi dengan nilai selalu tidak melebihi rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m. Sehingga respon ketinggian pesawat memenuhi spesifikasi. Rata-rata frekuensi osilasinya yaitu 5 kali osilasi tiap detik. Osilasi ketinggian pesawat tersebut menunjukkan pesawat bergerak naik turun dengan ketinggian selalu pada rentang 3000,75 m sampai 3000,8 m.

Respon sudut *pitch*, laju sudut *pitch*, dan sudut serang pesawat setelah dilakukan kendali dapat dilihat pada Gambar 4.16 - Gambar 4.18.



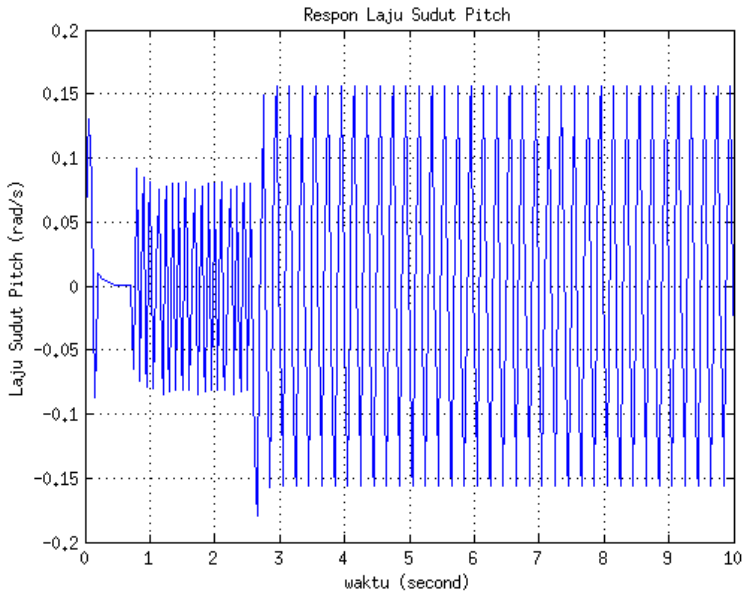
Gambar 4.16: Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 3



Gambar 4.17: Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 3

Gambar 4.16 adalah respon sudut serang pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut serang awal pesawat adalah 0 rad, kemudian respon sudut serang berosilasi dengan nilai selalu berada pada target yaitu rentang $-0,01$ rad sampai $0,01$ rad. Osilasi bertambah besar terjadi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.

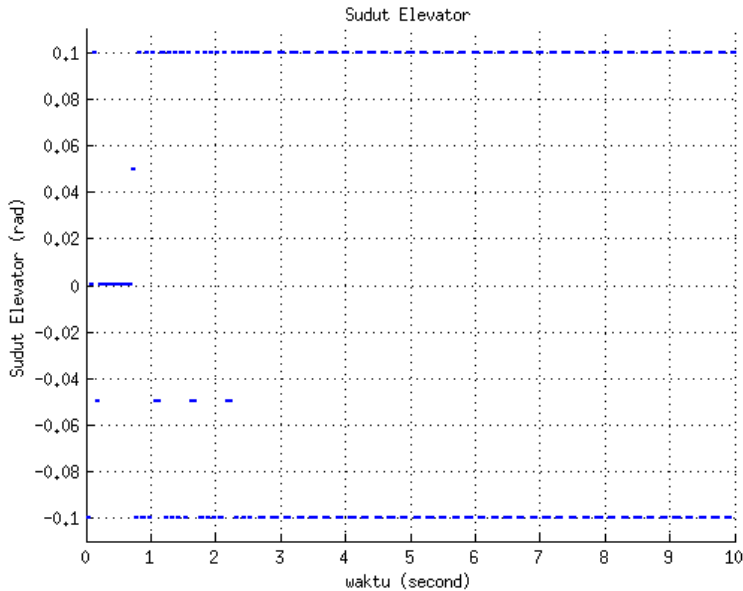
Gambar 4.17 adalah respon sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut *pitch* awal pesawat adalah 0 rad. Sudut *pitch* mengalami osilasi disekitar nol dengan nilai yang selalu tidak melebihi $-0,01$ rad dan $0,01$ rad. Osilasi tersebut terjadi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.



Gambar 4.18: Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 3

Gambar 4.18 adalah respon laju sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan laju sudut *pitch* awal pesawat adalah 0 rad/s, kemudian laju sudut *pitch* berosilasi dengan nilai selalu berada pada target yaitu rentang -0,2 rad/s sampai 0,2 rad/s. Osilasi laju sudut *pitch* bertambah besar terjadi saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target.

Pengendali yang diperoleh dari simulasi dapat dilihat pada Gambar 4.19 sebagai berikut:



Gambar 4.19: Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 3

Gambar 4.19 adalah pengendali yang dihasilkan agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Gambar 4.19 menunjukkan besar sudut elevator pesawat terhadap waktu. Dari Gambar 4.19 terlihat dari detik 0 sampai detik

2,51 sudut elevator mengalami perubahan-perubahan yang besarnya diantaranya yaitu -0,1 rad, -0,05 rad, 0 rad, 0,05 rad, dan 0,1 rad. Mulai detik 2,51 besar sudut elevator pesawat adalah 0,1 rad selama 0,1 detik kemudian bernilai -0,1 rad selama 0,1 detik, selanjutnya kembali bernilai 0,1 rad selama 0,1 detik dan seterusnya selalu bergantian antara -0,1 rad dan 0,1 rad. *Input space* yang digunakan dalam simulasi ini adalah $[Q]_\mu$ dengan $Q = [-0.1, 0.1]$ dan $\mu = 0,05$, sehingga -0,1 adalah nilai minimum sudut elevator dan 0,1 adalah nilai maksimum sudut elevator yang digunakan untuk mengendalikan pesawat. Perubahan sudut elevator mulai detik 0 sampai detik 2,59 mengakibatkan pesawat naik sehingga ketinggiannya bertambah. Sedangkan perubahan sudut elevator pada detik selanjutnya untuk mempertahankan ketinggian pesawat agar selalu pada target. Dari Gambar 4.19 dapat dilihat juga bahwa sudut *elevator* tidak akan melampaui batas sudut *elevator* pesawat.

Sesuai dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa dengan pengendali yang diperoleh, respon sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Sehingga dengan pengendali tersebut dapat menggerakkan pesawat dari ketinggian 3000,25 m untuk mencapai rentang ketinggian 3000,75 m sampai 3000,8 m dan pesawat akan selalu pada ketinggian rentang tersebut.

Simulasi Spesifikasi 2

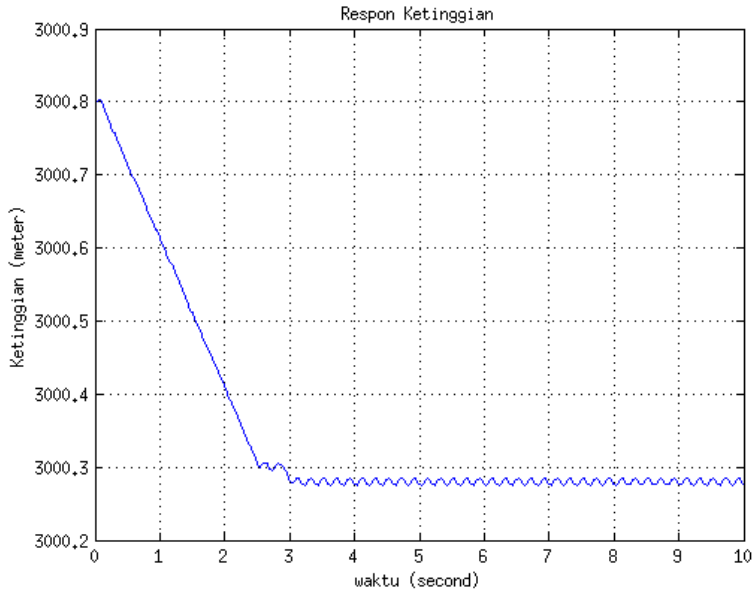
Simulasi yang kedua pada skenario 2 yaitu dengan spesifikasi 2. Spesifikasi yang digunakan yaitu *reach and stay* dengan kondisi awal sistem yaitu $(\alpha_e, q_e, \theta_e, h_e) = (0, 0, 0, 3000.8)$ dan himpunan target

$$\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$$

Hasil simulasi yaitu, pada proses abstraksi banyaknya *state* dan *input* sistem abstrak yang terbentuk adalah 1.242.199

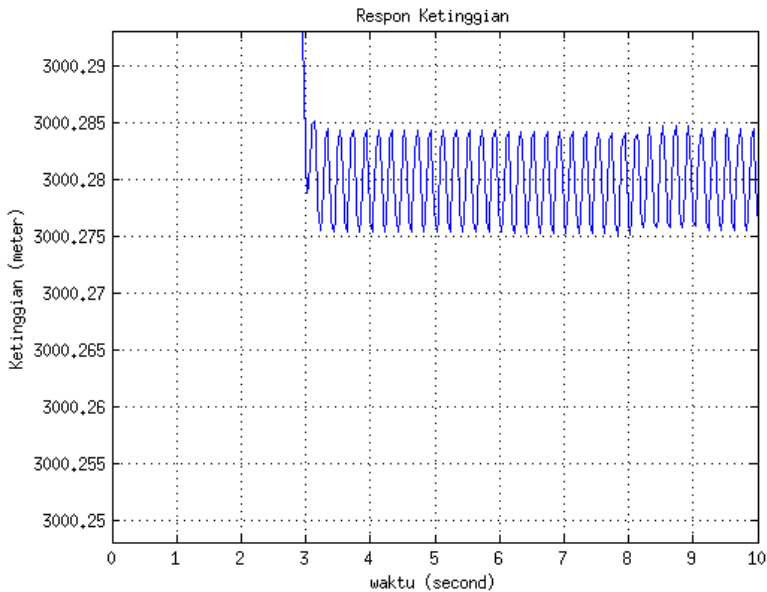
state dan 5 *input* dengan lama proses abstraksi 37,556 detik. Sedangkan banyaknya *state* himpunan target yang terbentuk adalah 32.825 *state* dengan waktu proses 0,937 detik.

Respon sistem setelah adanya pengendalian ditunjukkan pada Gambar 4.20 - Gambar 4.24.



Gambar 4.20: Respon Ketinggian Pesawat Simulasi 4

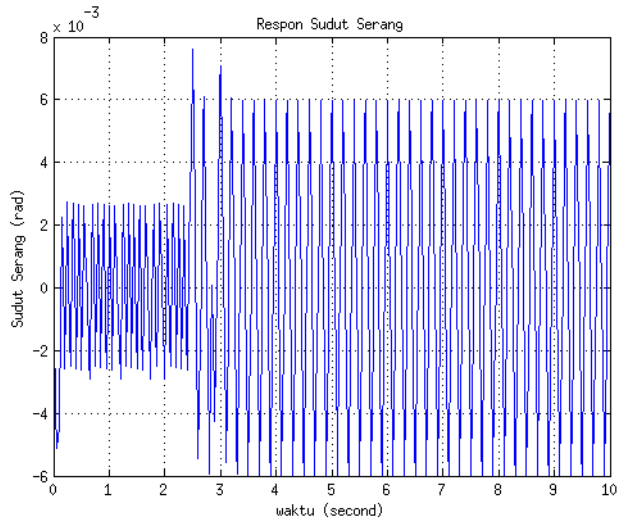
Gambar 4.20 adalah respon ketinggian pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan ketinggian awal pesawat adalah 3000,8 m kemudian ketinggian pesawat semakin berkurang sampai mencapai target ketinggian rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m dan kemudian ketinggian pesawat selalu pada rentang tersebut. Respon ketinggian pesawat lebih jelasnya ditunjukkan pada Gambar 4.21.



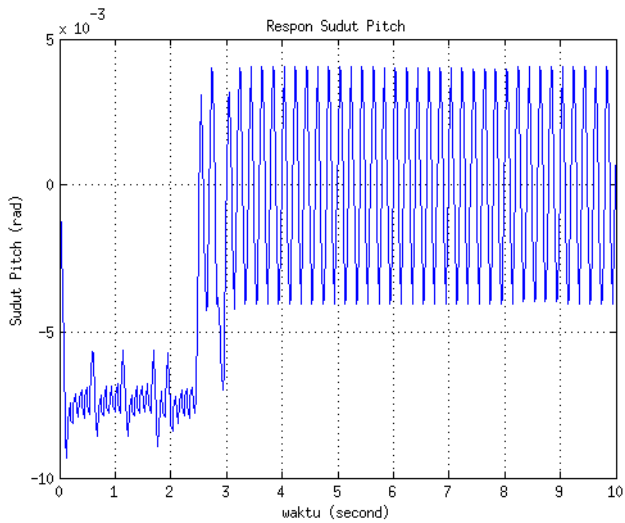
Gambar 4.21: Osilasi Respon Ketinggian Simulasi 4

Dari Gambar 4.21 terlihat bahwa ketinggian pesawat mencapai target pada detik ke 2,9, setelah itu respon ketinggian berosilasi dengan nilai tidak melebihi rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m. Sehingga respon ketinggian pesawat memenuhi spesifikasi. Rata-rata frekuensi osilasinya yaitu 5 kali osilasi tiap detik. Osilasi ketinggian pesawat tersebut menunjukkan pesawat bergerak naik turun dengan ketinggian selalu pada rentang 3000,25 m sampai 3000,3 m.

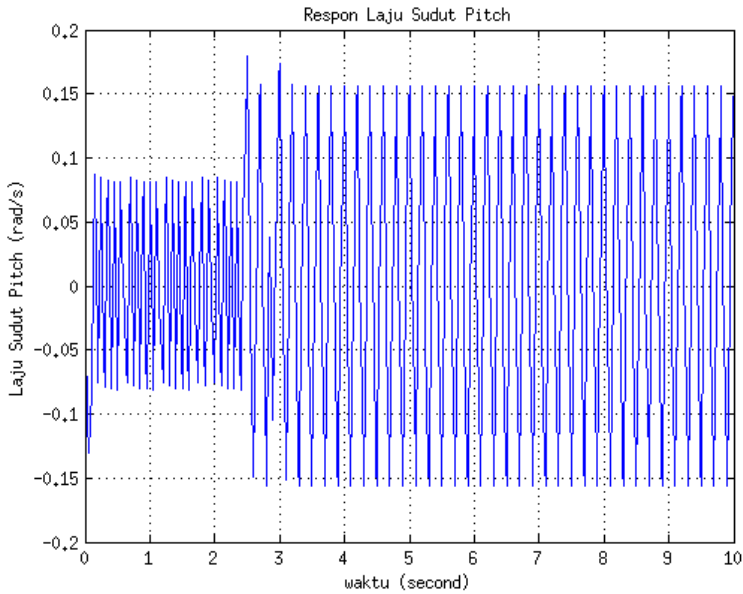
Respon sudut *pitch*, laju sudut *pitch*, dan sudut serang pesawat setelah dilakukan kendali dapat dilihat pada Gambar 4.22 - Gambar 4.24.



Gambar 4.22: Respon Sudut Serang Pesawat Simulasi 4



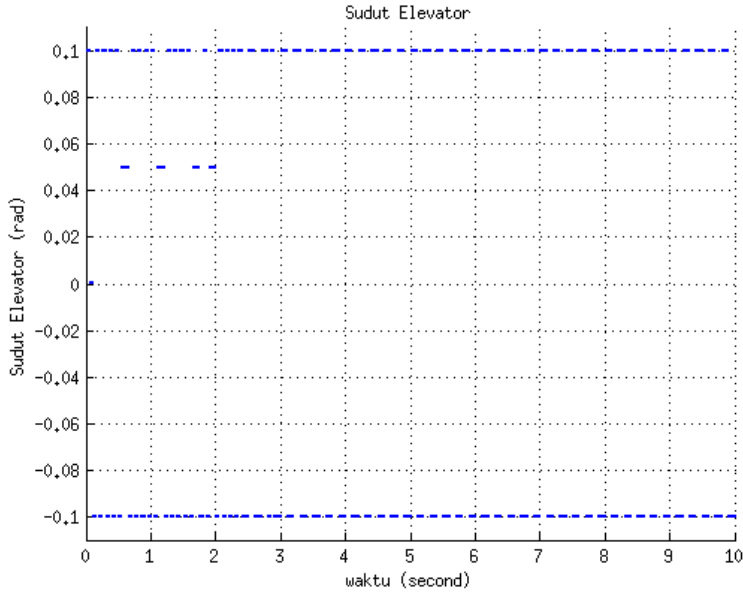
Gambar 4.23: Respon Sudut Pitch Pesawat Simulasi 4



Gambar 4.24: Respon Laju Sudut Pitch Simulasi 4

Gambar 4.22 adalah respon sudut serang, Gambar 4.23 adalah respon sudut *pitch*, dan Gambar 4.24 adalah respon laju sudut *pitch* pesawat setelah dilakukan kendali. Hasil simulasi menunjukkan sudut serang, sudut *pitch*, dan laju sudut *pitch* awal pesawat adalah 0. Kemudian sudut serang dan sudut *pitch* semuanya selalu berada pada target yaitu rentang -0,01 rad sampai 0,01 rad. Sedangkan laju sudut *pitch* selalu berada pada target yaitu rentang -0,2 rad/s sampai 0,2 rad/s. Dari Gambar 4.22 - Gambar 4.24 terlihat juga bahwa saat ketinggian pesawat mencapai target dan selalu pada target, sudut serang dan laju sudut *pitch* pesawat berhasil lebih besar dari sebelumnya. Sedangkan sudut *pitch* berhasil disekitar nol.

Pengendali yang diperoleh dari simulasi dapat dilihat pada Gambar 4.25 sebagai berikut:



Gambar 4.25: Pengendali Ketinggian Pesawat Simulasi 4

Gambar 4.25 adalah pengendali yang dihasilkan agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Dari Gambar 4.25 terlihat dari detik 0 sampai detik 2,9 sudut elevator mengalami perubahan-perubahan yang besarnya diantaranya yaitu -0,1 rad, 0 rad, 0,05 rad, dan 0,1 rad. Mulai detik 2,9 besar sudut elevator pesawat adalah -0,1 rad selama 0,1 detik kemudian bernilai 0,1 rad selama 0,1 detik, selanjutnya kembali bernilai -0,1 rad selama 0,1 detik dan seterusnya selalu bergantian antara 0,1 rad dan -0,1 rad. *Input space* yang digunakan untuk simulasi ini adalah $[\mathbb{Q}]_{\mu}$ dengan $\mathbb{Q} = [-0.1, 0.1]$ dan $\mu = 0,05$, sehingga -0,1 adalah nilai minimum sudut elevator dan 0,1 adalah nilai maksimum sudut elevator yang digunakan untuk mengendalikan pesawat. Perubahan sudut elevator mulai detik 0 sampai detik 2,9 mengakibatkan pesawat turun sehingga ketinggiannya berkurang. Sedangkan

perubahan sudut elevator pada detik selanjutnya untuk mempertahankan ketinggian pesawat agar selalu pada target. Dari Gambar 4.25 dapat dilihat juga bahwa sudut *elevator* tidak akan melampaui batas sudut *elevator* pesawat.

Gambar 4.25 adalah pengendali yang diperoleh agar perilaku sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Gambar 4.25 menunjukkan bahwa nilai awal sudut *elevator* adalah 0 rad kemudian sudut *elevator* terus berosilasi. Perubahan sudut elevator pada 2,9 detik pertama mengakibatkan pesawat turun sehingga ketinggiannya berkurang. Ketika ketinggian mencapai target, sudut *elevator* berosilasi secara konstan dengan nilai tidak melebihi -0,1 rad dan 0,1 rad untuk mempertahankan ketinggian pesawat. Dari Gambar 4.25 dapat dilihat juga bahwa sudut *elevator* tidak akan melampaui batas sudut *elevator* pesawat.

Sesuai dari hasil simulasi dapat disimpulkan bahwa dengan pengendali yang diperoleh, respon sistem *closed loop* memenuhi spesifikasi. Sehingga dengan pengendali tersebut dapat menggerakkan pesawat dari ketinggian 3000,8 m untuk mencapai rentang ketinggian 3000,25 m sampai 3000,3 m dan pesawat akan selalu pada ketinggian rentang tersebut.

Berdasarkan hasil simulasi skenario 1 dan 2, desain kendali dengan rancangan sistem abstrak skenario 1 menghasilkan respon ketinggian yang lebih baik dibandingkan hasil simulasi skenario 2. Pada Skenario 1 pesawat lebih cepat menuju ketinggian yang diinginkan yaitu dengan waktu rata-rata 2,275 detik. Selain itu frekuensi osilasi respon ketinggian pada skenario 1 lebih kecil yaitu sebesar 2,5 kali osilasi tiap detik. Sehingga desain kendali yang disarankan untuk desain kendali ketinggian terbang LSU-05 adalah desain kendali pada skenario 1.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan dalam Tugas Akhir ini dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Skenario pertama menggunakan parameter abstraksi $\eta = 0,004$, $\mu = 0,015$, $\tau = 0,1$, $\varepsilon = 0,002$. Skenario kedua menggunakan parameter abstraksi $\eta = 0,004$, $\mu = 0,05$, $\tau = 0,05$, $\varepsilon = 0,002$. Simulasi skenario pertama menghasilkan respon ketinggian pesawat lebih cepat mencapai target dibandingkan hasil simulasi skenario kedua. Frekuensi osilasi respon ketinggian hasil simulasi skenario pertama lebih kecil dibandingkan hasil simulasi skenario kedua. Sehingga nilai parameter abstraksi yang disarankan untuk desain kendali adalah $\eta = 0,004$, $\mu = 0,015$, $\tau = 0,1$, $\varepsilon = 0,002$.
2. Rancangan spesifikasi *reach and stay* yang dipakai dalam Tugas Akhir ini diantaranya yaitu:
 - a. Skenario pertama menggunakan spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal $(0, 0, 0, 3000.25)$, himpunan target $\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$ dan spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal $(0, 0, 0, 3000.8)$, himpunan target $\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.1, 0.1] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$.

- b. Skenario kedua menggunakan spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal $(0, 0, 0, 3000.25)$, himpunan target $\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.75, 3000.8]$ dan spesifikasi *reach and stay* dengan kondisi awal $(0, 0, 0, 3000.8)$, himpunan target $\mathcal{Z} = [-0.01, 0.01] \times [-0.2, 0.2] \times [-0.01, 0.01] \times [3000.25, 3000.3]$.
3. Hasil simulasi yang diperoleh adalah sebagai berikut:
- a. Respon atau perilaku sistem pada skenario pertama dan skenario kedua memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan. Respon ketinggian pesawat yaitu ketinggian pesawat berawal dari suatu ketinggian tertentu kemudian mencapai target dan setelah itu selalu pada target.
 - b. Pada Skenario pertama, rata-rata waktu yang dibutuhkan pesawat untuk mencapai target (naik atau turun setinggi 0,5 meter) adalah 2,275 detik. Pada skenario kedua, rata-rata waktu yang dibutuhkan pesawat untuk mencapai target (naik atau turun setinggi 0,5 meter) adalah 2,745 detik.
 - c. Pada skenario pertama, rata-rata frekuensi osilasi respon ketinggian pesawat adalah 2,5 kali osilasi tiap detik. Pada skenario kedua, rata-rata frekuensi osilasi respon ketinggian pesawat adalah 5 kali osilasi tiap detik.

5.2 Saran

Penelitian selanjutnya dapat mempertimbangkan beberapa hal berikut:

- 1. Penerapan kendali abstraksi dapat menggunakan *software* SCOTS yang mempunyai waktu komputasi yang lebih cepat.

2. Variabel yang dikendalikan dalam Tugas Akhir ini adalah ketinggian pesawat. Untuk penelitian selanjutnya dapat dikembangkan untuk melakukan kendali terhadap lintasan pesawat pada bidang- xz .

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arifin, Ahmad Zaenal. dan Subchan. (2017). **Navigasi dan Kendali pada Pesawat Nir Awak (PUNA) untuk Menghindari Halangan**. Journal of Mathematics and Its Aplication Vol. 14, No.1, Hal. 73-87.
- [2] LAPAN. (2017). **(LAPAN) Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional**[PowerPoint slides]. Diterima dari Pusat Teknologi Penerbangan LAPAN.
- [3] Thibou, Karima. (2016). **Indo Defence 2016: LAPAN Pamerkan Pesawat Tanpa Awak**. Diakses dari <https://www.lapan.go.id/index.php/subblog/read/2016/3106//1033>. Pada tanggal 2 Juni 2018, pukul 20:13 WIB.
- [4] Admin. (2017). **Lapan Surveillance UAV 05 (LSU 05)**. Diakses dari <http://pustekbang.lapan.go.id/index.php/subblog/readprint/5>. Pada tanggal 2 Juni 2018, pukul 20:30 WIB.
- [5] Purwanto, E. B. (2015). **Pemodelan Awal dan Analisa Kestabilan LSU-05**. Seminar Nasional Ilmu Pengetahuan dan Teknologi Dirgantara XVIII. LAPAN.
- [6] Fossen, Thor I. (2001). **Mathematical Models For Control Of Aircraft And Satellites**. Norwegia: Departement of Engineering Cybernetics NTNU.

- [7] Tabuada, Paulo., Daviation, Anna., dan Jr., Manuel Mazo. (2009). **PESSOA: A tool for embedded control software synthesis**. Technical Report. Departement of Electric Engineering UCLA.
- [8] Fajar, Muhammad. (2016). **Simulasi Gerak Longitudinal LSU-05**. Seminar Nasional IPTEK Penerbangan dan Antariksa XX.
- [9] Khotimah, A.K. (2017). **Pengendalian Kestabilan Gerak Lateral-Direksional Pada Pesawat LSU-05 Dengan Metode Kontrol H_∞** . Tugas Akhir Departemen Matematika ITS.
- [10] Purwanto, E. B. (2012). **Pemodelan Sistem Dan Analisis Kestabilan Dinamik Pesawat UAV**. Jurnal Teknologi Dirgantara Vol. 10, No. 1, Hal. 1-12.
- [11] Purwanto, E. B., Lie, Sufendi., dan Nasution,S.B. (2013). **Pemodelan dan Simulasi Sistem Kendali Proportional Integral Derivative untuk Kestabilan Dinamika Terbang Unmanned Aerial Vehicle** . Majalah Sains dan Teknologi Dirgantara Vol. 8, No. 2, Hal.48-59.
- [12] Purwanto, E. B. (2015). **Simulasi dan Analisis Lingkaran Tertutup Gerak LSU-01 Menggunakan Sistem Kendali PID**. in Teknologi Pesawat Terbang. Jakarta: Indonesia Book Project. Hal. 53-73.
- [13] Lucio R. Ribiero, Neusa Maria F. Oliveira. (2010). **UAV Autopilot Controller Test Platform Using Matlab/Simulink and X-Plane**. Frontiers in Education Conference. Washington, DC. 27-30 Oktober 2010.

- [14] Maruf, Dimaz Rosyid. (2012). **Perancangan dan Implementasi Kontroler PID Independent dan Metode Decoupling pada Gerakan Lateral UAV (Unmanned Aerial Vehicle) untuk Tracking Paypoint**. Tugas Akhir. Departemen Teknik Elektro ITS.
- [15] Peddle, Iain K. (2005). **Autonomous Flight of a Model Aircraft**. Thesis Electrical and Electronic Engineering Departement University of Stellenbosch.
- [16] Cook, Michael V. (2007). **Flight Dynamics Principles**. Britania Raya : ButterworthHeinemann.
- [17] McLean. Donald. (1990). **Automatic Flight Control System**. Hertfordshire : Prentice Hall International (UK) Ltd.
- [18] Peet, Matthew M. (2010). **Spacecraft and Aircraft Dynamics**. Chicago : Illinois Institute of Technology.
- [19] Subiono. (2013). **Sistem Linear dan Kontrol Optimal**. Surabaya: Departemen Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [20] Tabuada, Paulo., Daviation, Anna., dan Jr., Manuel Mazo. (2010). **PESSOA: Towards the Aautomatic Synthesis of Correct-by-Design Control Software**. Work-in-Progress at HSCC. Departement of Electric Engineering UCLA.
- [21] Blakelock, John H. (1991). **Automatic Control Of Aircraft and Missiles**. Canada : John Wiley and Sons, Inc.

- [22] Durham, Wayne. (2013). **Aircraft Flight Dynamics and Control**. Chichester : John Wiley and Sons, Ltd.
- [23] Anonim. (2018). **Stall (Fluid Mechanics)**. Diakses dari [https://en.wikipedia.org/wiki/Stall_\(fluid_mechanics\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Stall_(fluid_mechanics)). Pada tanggal 1 Agustus 2018, pukul 17:01 WIB.

LAMPIRAN A

Source Code Simulasi Kendali Menggunakan Pessoa

```
1  clc;
2  clear all;
3  close all;
4
5  %% System definition
6
7  % Physical parameters
8  m = 7.7346;
9  U0 = 27.78;
10 S = 3.32;
11 Rho = 0.6601;
12 g = 9.8;
13 Theta0 = 0;
14 Iy = 11.2780;
15 c = 0.6120;
16 q = 0.5*Rho*U0*U0;
17
18 Cxu = -0.2140;
19 Cxa = 0.4410;
20 Cxadot = 0;
21 Cw = -m*g/(S*q);
22 Cxq = 0;
23 Cxde = 0;
24
25 Czu = -1.5900;
26 Cmu = 0;
27 Cza = -5.8177;
28 Czadot = 0;
29 Cma = -2.1755;
30 Cmadot = 0;
31 Czq = -2;
32 Cmq = -11.229;
```

```

33  Czde = -0.246;
34  Cmde = -0.71;
35  za = Cza*S*q/(m*U0);
36  zq = 1+(S*q*c*Czq/(2*m*U0^2));
37  zde = Czde*S*q/(m*U0);
38  ma = S*q*c*Cma/Iy;
39  mq = S*q*(c^2)*Cmq/(2*U0*Iy);
40  mde = S*q*c*Cmde/Iy;
41
42  % Continuous dynamics (linear)
43  A = [ za zq 0 0; ma mq 0 0; 0 1 0 0; -U0 0 U0 0]
44  B = [zde;mde;0;0]
45  LSU05Approx2V1_cont.A =A;    % A matrix
46  LSU05Approx2V1_cont.B= B;    % B matrix
47
48  %% Abstraction parameters
49  % Range of values for the states in the symbolic
    model.
50  LSU05Approx2V1_symb.xset=[-0.01 0.01;-0.1 0.1;-0.01
    0.01;3000 3001];
51
52  %Range of values for the input in the symbolic
    model.
53  LSU05Approx2V1_symb.uset=[-0.04 0.04];
54
55  % Time quantization
56  LSU05Approx2V1_symb.tau=0.1;
57  % State quantization
58  LSU05Approx2V1_symb.eta=0.004;
59  % Input quantization
60  LSU05Approx2V1_symb.mu=0.015;
61  % Model resolution
62  LSU05Approx2V1_symb.epsilon=0.002;
63  %% Abstract
64
65  % The variable LSU05Approx2V1_name records the name
    of the file where the
66  % symbolic model will be stored.
67
68  LSU05Approx2V1_name='LSU05Approx2V1';
69

```

```

70 % The Relation flag controls what kind of relation
    is to be established
71 % between the original model and the symbolic model
    :
72 %     Relation=1 creates a symbolic model related
    to the original model
73 % by an approximate bisimulation relation.
74 %     Relation=2 creates a symbolic model related
    to the original model
75 % by an approximate alternating simulation relation
    .
76
77 % For the chosen values of tau, eta, and mu we have
    an approximate
78 % bisimulation. Hence we set Relation to 1.
79
80 Relation=1;
81
82 % The BatchSize flag controls the size of the
    computation batches.
83 % Transitions are generated and added to the
    symbolic model in batches of
84 % size BatchSize. Different values for BatchSize
    affect the computation
85 % time of the symbolic model. Typical values range
    between 100 and 1000.
86
87 BatchSize=1000;
88
89 % The Verbose flag lets you control how much
    information is displayed while
90 % the symbolic model is being computed:
91 %     Verbose=0 provides no information.
92 %     Verbose=1 provides messages printed on the
    screen.
93 %     Verbose=2 provides a graphical
    representation for the symbolic
94 % model in addition to the messages printed when
    the flag is set to 1.
95 % This flag is only available for 2-dimensional
    systems.

```

```

96 | %           Verbose=3 debug mode
97 |
98 | Verbose=1;
99 |
100 | % The command pss_abstract computes the symbolic
    |     model.
101 |
102 | pss_abstract(LSU05Approx2V1_cont ,
    |             LSU05Approx2V1_symb ,LSU05Approx2V1_name ,Relation
    |             ,BatchSize ,Verbose)
103 |
104 | %% Synthesize controller
105 | Verbose=1;
106 |
107 | BatchSize=1000;
108 |
109 | TargetSet_name{1}='LSU05Approx2V1TargetSet';
110 |
111 | TargetSet=[-0.01 0.01;-0.1 0.1;-0.01 0.01;3000.75
    |           3000.8];
112 |
113 | % The flag TargetSetType determines if a rectangle
    |     or a characteristic
114 | % function is to be used:
115 | %           TargetSetType=0: rectangle.
116 | %           TargetSetType=1: characteristic function.
117 |
118 | TargetSetType=0;
119 |
120 | % Build the target set;
121 |
122 | pss_build_set(LSU05Approx2V1_name ,TargetSet ,
    |             TargetSet_name{1} ,BatchSize ,TargetSetType ,
    |             Verbose)
123 |
124 | % The parameter LSU05Approx2V1Controller_name
    |     records the name of the file where
125 | % the symbolic controller will be stored.
126 |
127 | LSU05Approx2V1Controller_name='
    |     LSU05Approx2V1Controller';

```

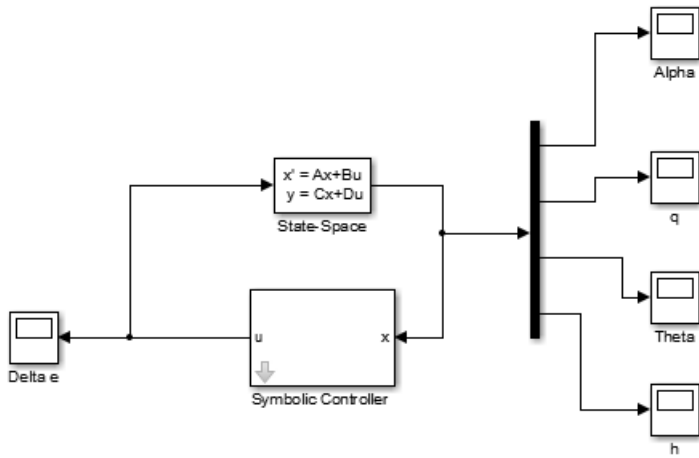
```

128
129 % The flag ControlObjective specifies the control
    objective as a function
130 % of two auxiliary sets: the target set W and the
    constraint set Z.
131 %     ControlObjective=1: remain within the
    target set (always W).
132 %     ControlObjective=2: reach the target set (
    eventually W).
133 %     ControlObjective=3: reach and remain within
    the target set
134 % (eventually always W).
135 %     ControlObjective=4: reach and remain within
    the target set while
136 % always remaining within the constraint set (
    eventually always W and
137 % always Z).
138
139 ControlObjective=3;
140
141 % Synthesize the controller
142
143 pss_design(LSU05Approx2V1_name,TargetSet_name,
    LSU05Approx2V1Controller_name,ControlObjective,
    BatchSize,Verbose)
144 %% Simulate closed-loop
145
146 A=LSU05Approx2V1_cont.A;
147 B=LSU05Approx2V1_cont.B;
148 C=eye(size(A));
149 D=0*B;
150 xini=[0;0;0;3000.25];
151 uini=0;
152 LSU05Approx2V1Smlnk;

```


LAMPIRAN B

Desain Simulink



Biodata Penulis



Penulis bernama Muhammad Afif Nasrul Anam, lahir di Lamongan, 08 November 1996. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari RA Hidayatul MutaAllimin Brumbun (2000-2002), MI Hidayatul Mutaallimin Brumbun (2002-2008), SMP Negeri 1 Maduran (2008-2011), SMAN 2 Lamongan (2011-2014). Setelah lulus dari SMAN 2 Lamongan penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS pada tahun 2014-2018 melalui jalur SNMPTN dengan NRP 06111440000046. Di Departemen Matematika ITS penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui HIMATIKA ITS sebagai staff Departemen Student Welfare (2015-2016), staff Departemen Syiar Ibnu Muqlah (2015-2016) dan Ketua Umum Ibnu Muqlah (2016-2017). Selain itu penulis juga melaksanakan Kerja Praktek di Pusat Teknologi Penerbangan LAPAN Bogor di Lab. Avionik pada tahun 2017. Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: **afifnasrul46@gmail.com**